

Simulasi Profil Aliran Fluida Pada Media Berpori Menggunakan Metode Lattice Boltzman Model BGK D2Q9

Latifah Maesaroh^{1*)}, Yudha Arman¹⁾, Yoga Satria Putra¹⁾

¹⁾Program Studi Fisika, FMIPA, Universitas Tanjungpura, Pontianak, Indonesia;

*Email : latifah_maesaroh@yahoo.co.id

Abstrak

Telah dilakukan simulasi aliran fluida pada media berpori menggunakan metode *Lattice Boltzman* model BGK D2Q9. Penghalang diasumsikan berbentuk lingkaran dan elips yang tersebar acak di media. Asumsi berikutnya adalah fluida dianggap tak mampu mampat serta fluida mengalir secara vertikal karena pengaruh gaya gravitasi. Waktu relaksasi yang digunakan yaitu waktu relaksasi tunggal. Dari simulasi diketahui bahwa profil kecepatan aliran fluida secara kuantitatif menunjukkan kesesuaian dengan penelitian sebelumnya yang menggunakan metode Lattice Gas Cellular Automata.

Kata Kunci : Aliran fluida, Metode Lattice Boltzmann model BGK D2Q9, Media berpori.

1. Latar Belakang

Salah satu tujuan dilakukannya simulasi aliran fluida adalah untuk mengetahui sifat aliran fluida pada suatu media, baik berpori maupun tak berpori sebagai studi awal untuk mempelajari dampak yang diberikan terhadap disiplin ilmu yang lain, sebagai contoh karakteristik aliran air bawah tanah, aliran minyak dalam reservoir, aliran lumpur pada proses sedimentasi serta bidang mekanika tanah.

Berbagai metode pernah digunakan untuk melakukan hal tersebut, diantaranya adalah metode beda hingga, elemen hingga, elemen batas dan volume hingga. Bahkan, beberapa perangkat lunak berlisensi menggunakan metode-metode tersebut sebagai dasar untuk melakukan perhitungan dengan sedikit modifikasi di dalamnya.

Profil aliran fluida merupakan solusi dari persamaan *Navier-Stokes*. Pendekatan secara numerik yang pernah dilakukan untuk menyelesaikan persamaan tersebut masih menghadapi kendala akurasi karena persamaan diferensial tersebut bersifat non linear. Aliran pada struktur yang kompleks, dalam hal ini media berpori, menambah tingkat kesulitan yang dihadapi. Diperlukan sebuah perangkat komputer yang berspesifikasi tinggi untuk dapat menangani beban perhitungan persamaan *Navier-Stokes* beserta syarat batas yang diatributkan pada struktur kompleks tersebut.

Tinjauan secara mikroskopik menjadi solusi alternatif untuk menghadapi masalah kompleksitas. Fluida diasumsikan terdiri dari sekumpulan partikel diskrit yang dapat bergerak ke beberapa arah yang diskrit pula. Secara matematis, diperlukan notasi tensor *dyadic* untuk mereprestasikan arah serta proses tumbukan yang akan terjadi akibat interaksi

antara setiap partikel fluida tersebut. Setiap interaksi yang terjadi akan menyebabkan perubahan distribusi partikel fluida dalam domain permasalahan mengikuti hukum statistika fisika. Metode yang didasarkan pada hal tersebut adalah *Lattice Gas Cellular Automata* (LGCA) dan metode *Lattice Boltzmann*.

Pada penelitian ini simulasi aliran fluida dilakukan pada media berpori dengan penghalang diasumsikan berbentuk elips dan persegi delapan. Penghalang-penghalang tersebut tersebar acak mengikuti pola hasil eksperimen yang pernah dilakukan sebelumnya oleh Fauzi, dkk (2005). Definisi media berpori disini adalah material yang memiliki struktur yang mengandung ruang kosong yang disebut pori dan dikelilingi oleh matriks yang padat atau semipadat. Pori-pori tersebut diisi fluida seperti udara, air, minyak dan sebagainya (Fauzi, dkk, 2005). Selain itu, media berpori juga diasosiasikan dengan ilmu hidrologi serta tubuh manusia seperti pembuluh darah, filter dan membran biologis (Dullien, 1979). Fluida diasumsikan tak mampu mampat, sifat aliran laminar dan domain permasalahan menggunakan pendekatan aliran no-slip. Penelitian sejenis pernah dilakukan sebelumnya, yaitu pola aliran konveksi pada media berpori (Basri, 2010) dan peninjauan anomaly potensial elektrokinetik pada aliran fluida media berpori (Hamzah, 2009), namun dengan metode dan hampiran perhitungan yang berbeda.

2. Tinjauan Pustaka

2.1 Konsep Dasar

Sesuai dengan namanya, metode *Lattice Boltzmann* atau yang jika diterjemahkan ke dalam bahasa Indonesia menjadi kisi Boltzmann

bekerja dalam ruang yang disebut *lattice* (kisi). Terdapat berbagai jenis kisi yang dapat digunakan sesuai dengan domain permasalahannya. Kriteria pemberian nama lanjutan juga disesuaikan menurut parameter kisi yang digunakan, yaitu DXQY, dimana X adalah jumlah dimensi dan Y menunjukkan jumlah arah kecepatan kisi.

Penentuan satuan dilakukan berdasarkan (Latt, 2008) yaitu melalui pendekatan yang terdiri dari dua langkah. Langkah pertama yaitu mengubah satuan fisis (p) ke dalam bentuk satuan tak berdimensi (d) dan langkah yang kedua yaitu mengubah satuan tak berdimensi (d) kedalam domain *Lattice Boltzmann* (lb) untuk keperluan komputasi. Hubungan antara domain komputasi dan domain fisis didasarkan pada bilangan Reynolds, sehingga ketiga satuan ini akan menghasilkan bilangan Reynolds yang sama. Hal ini disebabkan karena solusi untuk persamaan *Navier-Stokes* hanya bergantung pada satu parameter yang tak berdimensi, yaitu bilangan Reynolds.

Dalam fluida tak mampu mampat, nilai densitas adalah sebuah konstanta $\rho = \rho_0$ yang tidak berubah terhadap waktu (Latt, 2008). Persamaan *Navier-Stokes* dibangun berdasarkan hukum kekekalan massa dan momentum. Hukum kekekalan massa menyatakan bahwa kecepatan adalah :

$$\nabla_p \cdot u_p = 0 \tag{1}$$

dimana

u : kecepatan

p : indeks untuk variable fisis

Hukum kekekalan pada momentum dituliskan sebagai berikut :

$$\partial_{t_p} u_p + (u_p \cdot \nabla_p) = - \frac{1}{\rho_0 p} \nabla_p p_p + v_p \nabla_p^2 u_p \tag{2}$$

dengan

p_p : tekanan

v_p : viskositas kinematik

Konversi persamaan (1) dan (2) ke dalam bentuk tanpa dimensi menggunakan persamaan berikut (Latt, 2008) :

$$t_d = \frac{t_p}{t_{0,p}} \quad \text{dan} \quad r_d = \frac{r_p}{l_{0,p}} \tag{3}$$

Hubungan antara bentuk fisis dan bentuk tanpa dimensi dituliskan sebagai :

$$u_p = \frac{l_{0,p}}{t_{0,p}} u_d, \quad \partial_{t_p} = \frac{1}{t_{0,p}} \partial_{t_d}, \quad \nabla_p = \frac{1}{l_{0,p}} \nabla_d \quad \text{dan}$$

$$p_p = p_0 \frac{l_{0,p}^2}{t_{0,p}^2} p_d \tag{4}$$

Substitusi kepersamaan (2) menghasilkan :

$$\partial_{t_d} u_d + (u_d \cdot \nabla_d) = - \nabla_d p_d + \frac{1}{Re} \nabla_d^2 u_d \tag{5}$$

$$\nabla_d \cdot u_d = 0 \tag{6}$$

Dimana bilangan Reynolds didefinisikan sebagai:

$$Re = \frac{l_0^2}{t_0 v} \tag{7}$$

Dengan mengubah variabel fisis, diperoleh bahwa sistem tak berdimensi adalah sistem di mana l_0 dan t_0 adalah bernilai 1 (satu). Viskositas dalam sistem tak berdimensi didefinisikan sebagai $v_d = 1/Re$.

Proses selanjutnya adalah diskritisasi variabel tak berdimensi. Interval ruang dalam bentuk diskrit δ_x didefinisikan sebagai panjang karakteristik dibagi dengan jumlah sel (N) yang digunakan untuk diskritisasi spasial. Dengan cara yang sama, δ_t didefinisikan sebagai acuan waktu dibagi dengan jumlah langkah iterasi yang diperlukan untuk mencapai kestabilan.

$$\delta_x = \frac{l_{d,0}}{N} \quad \text{dan} \quad \delta_t = \frac{t_{d,0}}{N_{iter}} \tag{8}$$

Variabel kecepatan dan viskositas diperoleh dengan melakukan konversi variabel tak berdimensi (d) ke dalam bentuk diskrit (lb) melalui analisis tanpa dimensi berikut :

$$u_d = \frac{\delta_x}{\delta_t} u_{lb} \quad \text{dan} \quad v_d = \frac{1}{Re} = \frac{\delta_x^2}{\delta_t} v_{lb} \tag{9}$$

Jika $u_0 = \frac{l_0}{t_0}$ maka

$$u_{0,d} = 1 \quad \text{dan} \quad u_{0,lb} = \frac{\delta_t}{\delta_x} \tag{10}$$

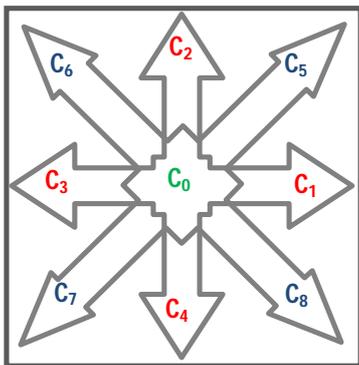
Bentuk umum persamaan *lattice Boltzmann Bhatnagar-Groos-Krook* (LBM-BGK) dengan memasukkan unsur *source* dan gaya adalah sebagai berikut :

$$f_{\alpha}(\mathbf{x} + \mathbf{c}_{\alpha}\Delta t, t + \Delta t) - f_{\alpha}(\mathbf{x}, t) = -\frac{1}{\tau}(f_{\alpha} - f_{\alpha}^{eq}) + \phi\Delta t + \frac{\Delta t}{\kappa e^2} c_{\alpha i} F_i \quad (11)$$

dengan

- f_{α} : fungsi distribusi partikel
- f_{α}^{eq} : fungsi ditribusi kesetimbangan lokal
- Δt : langkah waktu
- Δx : ukuran kisi
- $\frac{1}{\tau}$: wakturelaksasi
- ϕ : source
- F_i : gaya
- X : vektor ruang, yaitu $x=(r,x)$
- $c_{\alpha i}$: komponen c_{α} pada tensor kecepatan partikel

Pada penelitian ini digunakan model D2Q9, yaitu model pada *Lattice Boltzmann* yang menggunakan kisi segi empat dengan sembilan arah kecepatan, seperti yang diperlihatkan pada gambar (1):



Gambar 1. Model Kisi D2Q9 (Sukop, 2007)

Berdasarkan model tersebut, besaran c_{α} dapat dituliskan sebagai :

$$c_{\alpha} = \begin{cases} (0,0) & \alpha = 0 \\ \varphi_{\alpha} c \left[\cos \frac{(\alpha - 1)\pi}{4}, \sin \frac{(\alpha - 1)\pi}{4} \right] & \alpha \neq 0 \end{cases} \quad (12)$$

dengan φ_{α} adalah :

$$\varphi_{\alpha} \begin{cases} 1, & \alpha = 1,2,3,4 \\ \sqrt{2}, & \alpha = 5,6,7,8 \end{cases} \quad (13)$$

Kerapatan fluida ρ dan kecepatan u didefinisikan sebagai :

$$\rho = \sum_{\alpha} f_{\alpha} \quad u_i = \frac{1}{\rho} \sum_{\alpha} c_{\alpha i} f_{\alpha} \quad (14)$$

Fungsi distribusi kesetimbangan f_{α}^{eq} dituliskan sebagai :

$$f_{\alpha}^{eq} = w_{\alpha} \rho \left(1 + 3 \frac{c_{\alpha i} u_i}{c^2} + \frac{9}{2} \frac{c_{\alpha i} c_{\alpha j} u_i u_j}{c^4} - \frac{3}{2} \frac{u_i u_i}{c^2} \right) \quad (15)$$

dengan

$$\rho = \sum_{\alpha} f_{\alpha}^{eq}, \quad u_i = \frac{1}{\rho} \sum_{\alpha} c_{\alpha i} f_{\alpha}^{eq}, \quad (16)$$

dan

$$w_{\alpha} = \begin{cases} \frac{4}{9}, & \alpha = 0 \\ \frac{1}{9}, & \alpha = 1, 2, 3, 4 \\ \frac{1}{36}, & \alpha = 5, 6, 7, 8 \end{cases} \quad (17)$$

2.2 Syarat batas

Beberapa syarat batas yang berlaku pada metode ini adalah (Sukop, 2007) :

1. Batas Periodik

Ilustrasi sederhana dari syarat batas ini adalah aliran dalam pipa melingkar. Titik awal dan akhir aliran berada di lokasi yang sama. Aliran keluar akan kembali menjadi masukan bagi aliran berikutnya.

2. Batas Pemantulan

Aturan batas pemantulan adalah cara paling sederhana untuk membuat dinding penghalang bersifat solid (padat) dalam simulasi *Lattice Boltzmann*. Hal ini memungkinkan partikel untuk memantul tanpa kehilangan momentumnya apabila menumbuk dinding. Partikel yang bertumbukan dengan dinding padatkan kembali dengan kecepatan balik berlawanan arah dengan kecepatan awal (batas no-slip) (Wolf-Gladrow, 2006). Aplikasi syarat batas ini pada simulasi memungkinkan dilakukannya analisis aliran yang melalui media berpori dengan geometri yang cukup kompleks.

3. Batas Von Neumann

Kondisi batas Von Neumann menggunakan fluks aliran pada batas domain. Parameter kecepatan dalam arah lain yang tidak diketahui kemudian dicari menggunakan persamaan (16).

4. Syarat Batas Dirichlet

Kondisi batas ini diaplikasikan dengan mendefinisikan parameter tekanan di batas domain. Parameter tekanan berasosiasi dengan variabel densitas. Ekstraksi nilai densitas akan menghasilkan nilai tiga arah kecepatan partikel yang tidak diketahui sebelumnya berdasarkan persamaan (16).

3. Metodologi

Pembuatan geometri media berpori diawali dengan menentukan jumlah kisi yang

digunakan. Pada sisi vertikal digunakan kisi sebanyak 458 sementara sisi horisontal sebanyak 218. Penentuan jumlah kisi disesuaikan dengan kemampuan komputer yang digunakan dan kebutuhan minimal akan ukuran kisi agar fenomena yang diinginkan dapat terlihat. Untuk mengutip dari geometri yang sesuai dengan hasil eksperimen Fauzi, dkk (2005), bagian dalam domain permasalahan diberi penghalang berbentuk persegi delapan dan elips. Untuk membedakan bagian penghalang dan ruang aliran (pori), penghalang diberikan nilai 1 sementara pori bernilai 0. Bilangan Reynolds (Re) yang digunakan mulai dari $Re = 5, 10, 50$ dan 100 .

Bagian inlet dan outlet diterapkan syarat batas periodik dan syarat batas Von Neumann. Syarat batas periodik memungkinkan aliran fluida dapat dianggap bergerak vertikal secara kontinu di dalam penampang. Syarat batas yang digunakan selanjutnya adalah syarat batas pemantulan. Syarat batas ini diterapkan untuk membuat metode *Lattice Boltzmann* dapat mensimulasikan aliran fluida yang mempunyai karakteristik domain dengan geometri kompleks seperti yang ditemukan pada media berpori (Sukop, 2007). Syarat batas berikutnya adalah syarat batas yang dikemukakan oleh Zou dan He (1997), yaitu syarat batas hasil perluasan kondisi aturan pemantulan sempurna pada distribusi kesetimbangan. Ilustrasi seluruh syarat batas yang digunakan disajikan pada gambar (2). Dalam simulasi ini fluida diasumsikan sebagai fluida yang tak mampu mampat, yaitu minyak dengan densitas $0.8g/cm^3$.

Untuk membuat aliran vertikal, parameter percepatan gravitasi dihitung menggunakan persamaan (Sukop, 2007) :

$$g = \frac{3\bar{u}v}{a^2} \tag{18}$$

dengan

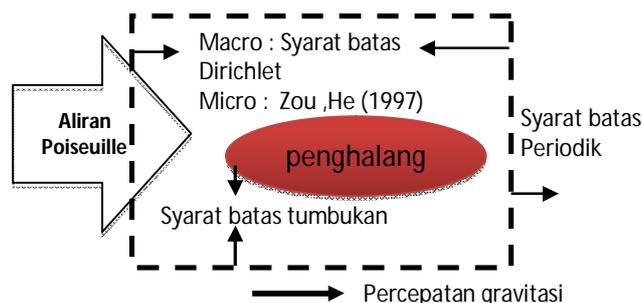
- g : percepatan gravitasi (lu/ts^2)
- \bar{u} : kecepatan rata-rata
- v : viskositas kinematik
- a : panjang karakteristik (lebar penampang)

Sehingga :

$$u_{eq} = u + \Delta u = u + \tau g \tag{19}$$

dengan

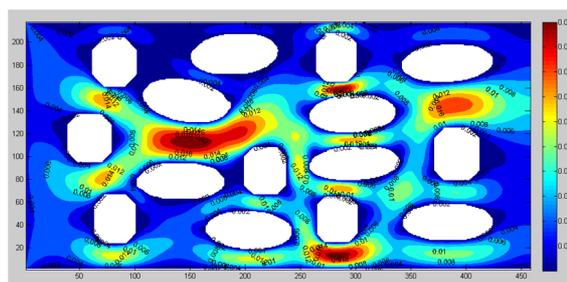
- u_{eq} : kecepatan saat kesetimbangan (lu/ts)
- u : kecepatan
- τ : waktu relaksasi
- g : percepatan gravitasi



Gambar 2. Syarat batas yang digunakan

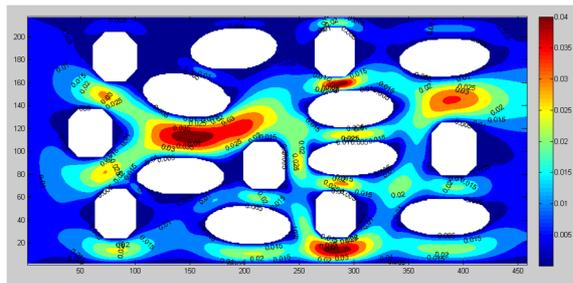
4. Hasil dan Pembahasan

Hasil simulasi pada media berpori menggunakan metode *Lattice Boltzmann* dapat dilihat pada gambar-gambar berikut ini. Arah aliran atas-bawah (vertikal) disajikan secara horisontal. Bagian kiri dianalogikan merupakan bagian atas penampang, sementara bagian kanan merupakan bagian bawah penampang. Penampang melintang untuk profil aliran (gambar 3) dibuat pada titik vertikal 340.



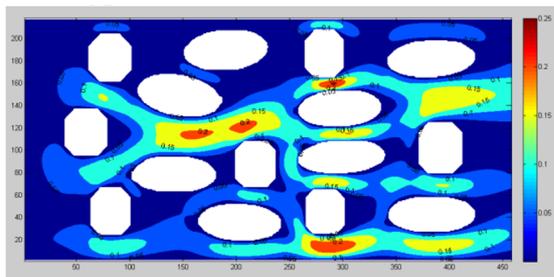
Gambar 3. Hasil simulasi profil aliran pada media berpori untuk bilangan Reynolds = 5 pada langkah waktu $t_s = 6000$

Untuk bilangan Reynolds = 5, profil aliran fluida pada media berpori yang diambil pada waktu 6000 t_s menunjukkan kecepatan maksimum bernilai $0.02 lu/ts$. Titik-titik dengan kecepatan maksimum berjumlah empat buah dan tersebar di celah antar pori. Jika dihubungkan dengan tekanan, lokasi ini menjadi daerah dengan tekanan fluida yang relatif lebih kecil dibandingkan dengan lokasi lainnya di dalam domain yang sama. Distribusi kecepatan maksimum didominasi oleh lokasi (120,150) sehingga seolah-olah aliran fluida dengan kecepatan maksimum secara umum hanya terkonsentrasi di lokasi ini. Hal ini merupakan akibat dari profil aliran Poiseuille sebagai aliran input yang digunakan, yaitu fluida akan memiliki kecepatan maksimum di bagian tengah penampang yang tegak lurus arah aliran.



Gambar 4. Hasil simulasi profil aliran pada media berpori untuk bilangan Reynolds = 10 pada langkah waktu $t_s=6000$

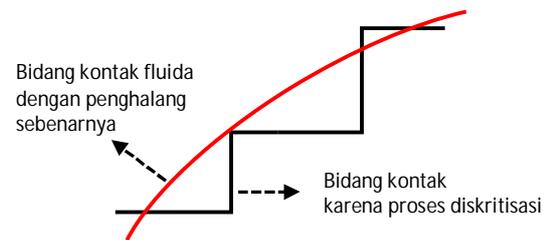
Hasil yang sedikit berbeda (gambar 4) ditunjukkan untuk bilangan Reynolds = 10. Profil diambil pada langkah waktu 6000 ts. Dari gambar terlihat kecepatan maksimum bernilai lebih besar, yaitu 0,04 lu/ts. Namun, distribusi lokasi dengan nilai kecepatan besar secara umum sama dengan yang ditunjukkan oleh profil dengan bilangan Reynolds =5.



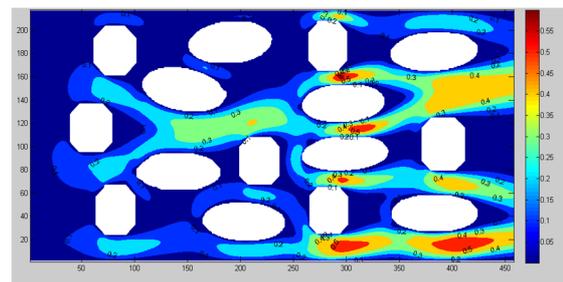
Gambar 5. Hasil simulasi profil aliran pada media berpori untuk bilangan Reynolds = 50 pada langkah waktu $t_s=6000$

Untuk bilangan Reynolds yang lebih besar (gambar 5), yaitu sama dengan 50, hasil perhitungan menunjukkan perbedaan yang cukup signifikan dari profil-profil sebelumnya. Nilai kecepatan maksimum lebih rendah dari profil aliran berbilangan Reynolds 10, yaitu sebesar 0,25 lu/ts serta lokasi dengan kecepatan maksimum bergeser ke arah outlet. Nilai ini diambil pada 6000 ts, yaitu pengambilan waktu yang sama dengan profil-profil sebelumnya. Bagian lain dari media menunjukkan penurunan nilai kecepatan. Hal ini diduga karena diskritisasi geometri penampang seperti yang ditunjukkan pada gambar 6. Proses diskritisasi akan menyebabkan bidang kontak antara penghalang dengan fluida sedikit lebih kompleks. Konsekuensi dari hal ini adalah

menurunnya kestabilan proses perhitungan seiring dengan meningkatnya nilai bilangan Reynolds.



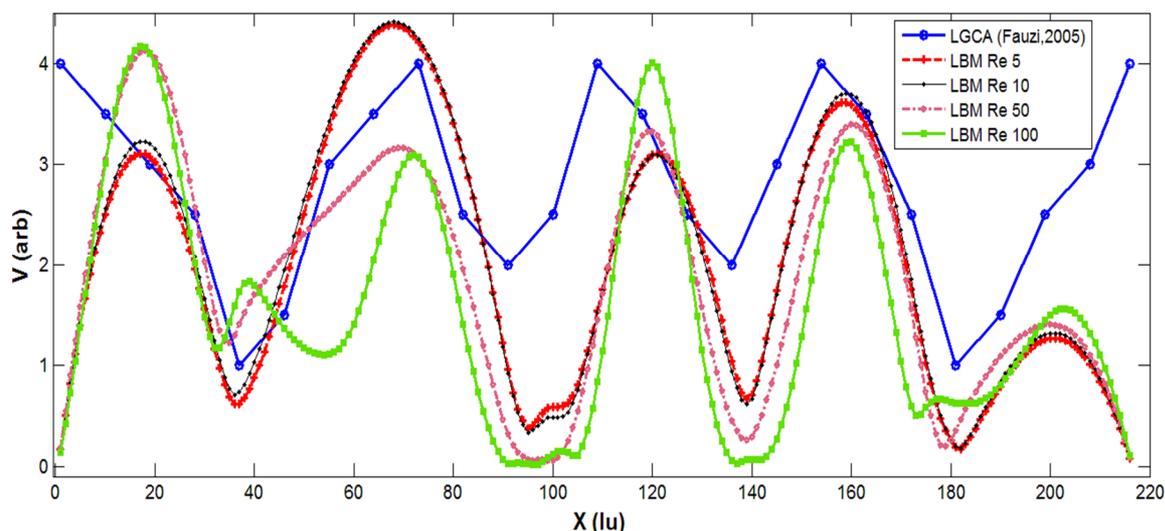
Gambar 6. Bidang kontak fluida dengan penghalang



Gambar 7. Hasil simulasi profil aliran pada media berpori untuk bilangan Reynolds = 100 pada langkah waktu $t_s=5000$

Hal yang sama juga ditunjukkan untuk profil dengan bilangan Reynolds 100. Seperti yang diperlihatkan pada gambar 7, kestabilan perhitungan terlihat semakin berkurang (ditunjukkan dengan dominasi daerah dengan kecepatan aliran rendah) sementara lokasi-lokasi dengan kecepatan maksimum semakin bergeser ke arah outlet. Kecepatan maksimum pada profil berbilangan Reynolds ini adalah 0,55 lu/ts namun diambil dalam waktu perhitungan yang relatif lebih cepat, yaitu 5000 ts.

Untuk keperluan validasi, profil hasil perhitungan diambil sepanjang garis pada kisi vertikal 340 tegak lurus arah aliran input. Seperti yang diperlihatkan pada gambar 8, secara umum pola aliran pada penampang ini telah sesuai dengan hasil yang diperlihatkan oleh Fauzi, dkk (2005). Kesesuaian terbaik terlihat untuk profil aliran dengan bilangan Reynolds 5. Dari gambar juga terlihat semakin besar nilai bilangan Reynolds menunjukkan semakin kecil tingkat kesesuaian yang ditunjukkan terhadap profil acuan. Kestabilan proses perhitungan diduga dapat menyebabkan hal ini terjadi.



Gambar 8. Grafik Perbandingan Lattice Gas Automata (Fauzi, dkk, 2005) dengan Lattice Boltzmann D2Q9

5. Kesimpulan

Pada penelitian ini dapat disimpulkan bahwa simulasi aliran fluida pada media berpori dengan bilangan Reynolds yang berbeda-beda dapat dilakukan dengan menggunakan Lattice Boltzmann model BGK D2Q9. Simulasi tersebut dapat menunjukkan hasil yang cukup baik untuk bilangan Reynolds kecil. Diskritisasi domain pada pembuatan geometri menentukan kestabilan proses perhitungan.

Dullien, F.A.I., 1979, *Porus Media Fluid Transport and Pore Structure*, Academic Press, New York.

Wolf, G., D., A., 2005, *Lattice-Gas Cellular Automata and Lattice Boltzmann Models - An Introduction*, Alfred Wegener Institute for Polar and Marine Research, Germany.

Daftar Pustaka

- Basri, H., T., 2010, *Simulasi Komputer Tentang Aliran Konveksi Dalam Media Berpori*, Dosen Universitas Jabal Ghafur, Sigli
- Fauzi, U., Mulyadi., A., S., Bahri., 2005. Physical and Lattice Gas Automata Fluid Flow Modeling in Real Porous Media. *Indonesia Journal of physics*
- Hamzah, M., S., Djoko, S., Wahyudi, W.P., Budi, S., 2008, *Deteksi Aliran Air Dalam Media Pori Pemodelan Fisik Dengan Metode Self Potensial*, ITB, Bandung
- He, X., Zou, Q., 1997, *Analysis an boundary condition of the lattice Boltzmann BGK model with two velocity components*, Dept. of Math., Kansas State University, Manhattan.
- Latt, J., 2008, *Choice of units in lattice Boltzmann simulations*, Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 License.
- Sukop, M., C., Thorne, D., T., 2007, *Lattice Boltzmann Modeling An Introduction for Geoscientists and Engineers*, Miami, Florida USA.