

METODE KONVOLUSI PADA ASURANSI PROPERTI

Harsono

INTISARI

Teori risiko merupakan teori yang mempelajari hasil finansial dari yang diharapkan, yang disebabkan oleh suatu ketidakpastian dalam kehidupan manusia. Salah satu risiko yang umum dikenal dalam asuransi adalah risiko individu. Risiko individu adalah risiko yang terjadi dalam kehidupan manusia sehari-hari secara individu. Risiko individu dibagi menjadi tiga yaitu risiko pribadi, risiko harta dan risiko gugatan. Penelitian ini membahas risiko harta yaitu pada asuransi properti. Asuransi Properti adalah jenis asuransi yang melindungi properti berupa bangunan, kendaraan, perabotan dari suatu kerusakan atau kehilangan. Tujuan penelitian ini penulis membahas bagaimana menentukan peluang total klaim dari sejumlah polis dengan menggunakan metode konvolusi. Metodologi penelitian ini adalah dengan model risiko individu periode satu tahun, yaitu banyaknya klaim selama satu tahun yang dimodelkan sebagai jumlah klaim dari beberapa individu yang mengikuti asuransi. Metode konvolusi dapat digunakan untuk menghitung peluang total klaim.

Kata kunci: risiko individu, peluang total klaim, metode konvolusi

PENDAHULUAN

Teori risiko merupakan teori yang mempelajari hasil finansial dari yang diharapkan, yang disebabkan oleh suatu kejadian ketidakpastian dalam kehidupan manusia. Peluang terjadi risiko selalu ada, manusia tidak dapat meramalkan kapan dan dimana terjadinya risiko. Risiko adalah kemungkinan bahaya yang dapat terjadi akibat sebuah proses yang sedang berlangsung atau kejadian yang akan datang. Dalam asuransi, risiko merupakan sebagai ketidakpastian jika suatu keadaan yang tidak dikehendaki dapat menimbulkan suatu kerugian finansial. Salah satu risiko yang umum dikenal dalam asuransi adalah risiko individu.

Risiko individu adalah risiko yang terjadi secara individu atau personal sehingga dapat menimbulkan kerugian, bagi masing-masing pribadi terutama dibidang finansial. Risiko individu dibagi menjadi tiga jenis yaitu risiko pribadi, risiko harta dan risiko gugatan. Contoh risiko pribadi adalah meninggal dan kecelakaan, sakit dan kehilangan pekerjaan. Contoh risiko harta adalah kebakaran rumah dan kehilangan kendaraan, dan contoh risiko gugatan adalah menabrak orang lain sehingga menyebabkan orang rugi. Perusahaan asuransi dapat melakukan berbagai cara untuk mengatasi risiko tersebut, yaitu menanggung sendiri risiko, memperkecil risiko, membagi risiko, atau mengalihkan risiko melalui asuransi.

Asuransi menurut Kitab Undang-undang Hukum Dagang (KUHD) Pasal 246 asuransi adalah suatu perjanjian, dengan mana seorang penanggung mengikatkan diri kepada tertanggung dengan menerima suatu premi, untuk memberikan penggantian kepadanya karena suatu kerugian, kerusakan, atau kehilangan keuntungan yang diharapkan, yang mungkin terjadi karena suatu peristiwa tak tertentu. Asuransi properti atau asuransi harta adalah jenis asuransi yang melindungi harta benda berupa bangunan, perabotan, mesin dan sebagainya dari suatu kerusakan atau kehilangan, kebakaran, kecurian dan gempa bumi. Perusahaan asuransi sebagai penanggung harus memperhatikan dengan sungguh-sungguh semua kemungkinan terjadinya risiko yang akan muncul pada periode asuransi dapat merugikan tertanggung.

Penanggung harus mengetahui karakter risiko, karakter risiko tersebut dapat dipelajari dalam suatu fungsi distribusi klaim. Fungsi distribusi yang dimaksud bertujuan untuk menggambarkan suatu distribusi peluang dari variabel acak yaitu untuk mencari fungsi peluang dan fungsi distribusi. Harga premi yang

dibayarkan bertanggung dimaksudkan untuk menghindari bertanggung dari kerugian. Terjadinya risiko dalam sistem asuransi dapat memunculkan klaim. Klaim adalah permintaan atau tuntutan pembayaran manfaat sesuai dengan ketentuan yang diatur dalam polis. Klaim individu meliputi dua hal yaitu besar klaim individu dan jumlah klaim individu yang terjadi dalam satu periode. Model dari besar klaim dan jumlah klaim individu diperoleh fungsi peluang dari suatu variabel acak. Model distribusi klaim individu untuk suatu variabel acak proses Bernoulli atau Binomial[1]. Tujuan penelitian adalah bagaimana menentukan peluang total klaim dari sejumlah polis pada perusahaan asuransi menggunakan metode konvolusi. Batasan masalah pada penelitian yaitu membahas model risiko individu periode satu tahun pada perusahaan asuransi. Distribusi peluang total klaim akan dihitung untuk n variabel acak bebas, yaitu $S = X_1 + X_2 + \dots + X_n$ dengan menggunakan metode konvolusi. Metodologi penelitian ini adalah dengan model risiko individu periode satu tahun, yaitu banyaknya klaim selama satu tahun yang dimodelkan sebagai total klaim dari beberapa individu yang mengikuti asuransi. Distribusi peluang total klaim dari tiga variabel acak bebas akan dihitung menggunakan metode konvolusi.

METODE KONVOLUSI

Sebuah model risiko individu, yaitu banyaknya klaim dari perusahaan asuransi yang dimodelkan sebagai total klaim dari beberapa individu yang mengikuti asuransi, yang dinotasikan sebagai suatu variabel acak S . Variabel acak X_i menunjukkan klaim individu ke- i , dengan $i = 1, 2, 3, \dots, n$ sehingga model dari risiko individu tersebut didefinisikan sebagai berikut:

$$S = \sum_{i=1}^n X_i \quad (1)$$

dengan

S = Total klaim dari sejumlah polis pada perusahaan asuransi

X_i = Variabel acak klaim individu ke- i , $i = 1, 2, \dots, n$

Dalam menentukan model umum variabel acak klaim individu, dapat menggunakan salah satu konsep dasar dari suatu variabel acak proses Bernoulli[1]. Andaikan dalam sebuah perusahaan asuransi menyetujui untuk membayar sebesar b jika terjadi risiko kejadian dalam periode tertentu, dan tidak membayar jika tidak terjadi risiko kejadian dalam tahun tersebut. Peluang terjadi suatu peristiwa dalam tahun tersebut dinotasikan dengan q , dan peluang tidak terjadi suatu peristiwa $1 - q$. Pembentukan sebuah model variabel acak klaim individu dapat menggunakan proses Bernoulli atau binomial yang menyatakan peluang terjadi atau tidak terjadi suatu peristiwa[2]. Variabel acak X_i yang mempunyai sebuah fungsi peluang dan fungsi distribusi dinotasikan dengan fungsi peluang $f_x(x)$ dan fungsi distribusi $F_x(x)$ maka:

Fungsi peluang $f_x(x)$ yaitu

$$f_x(x) = P(X = x) = \begin{cases} 1 - qx = 0 \\ qx = b \\ 0 \end{cases} \quad \text{yanglainnya} \quad (2)$$

dan fungsi distribusi $F_x(x)$ yaitu

$$F_x(x) = P(X \leq x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 1 - q & 0 \leq x < b \\ 1 & x \geq b \end{cases} \quad (3)$$

Apabila variabel acak Bernoulli untuk kejadian tunggal, bernilai $\Pr(I = 1)$ jika terjadi suatu peristiwa atau kejadian dan $\Pr(I = 0)$ jika tidak terjadi suatu peristiwa atau kejadian. Variabel acak klaim individu X dapat dituliskan sebagai berikut[2]:

$$X = Ib \quad (4)$$

dengan

X = Variabel acak yang menyatakan klaim individu

b = Jumlah klaim yang dapat dibayarkan jika terjadi suatu peristiwa

I = Variabel acak Bernoulli sebagai indikator kejadian tunggal.

Sehingga diperoleh $Pr(I = 0) = 1 - q$ menunjukkan peristiwa atau kejadian yang belum terjadi, $Pr(I = 1) = q$ menunjukkan peristiwa atau kejadian yang sudah pasti terjadi. Mencari model umum [3], total klaim yang juga merupakan variabel acak dari beberapa klaim dapat terjadi dalam satu periode tertentu. Berdasarkan persamaan dari (4) diperoleh secara umum model total klaim individu yaitu:

$$X = IB \quad (5)$$

dengan :

X = Variabel acak klaim dalam periode tertentu

B = Jumlah total klaim yang dapat dibayarkan dalam periode tertentu

I = Indikator kejadian yang terjadi kurang dari satu klaim

Berdasarkan model risiko individu $S = X_1 + X_2 + \dots + X_n$ diketahui total klaim dari sejumlah polis pada perusahaan asuransi sama dengan jumlah dari n individu (bertanggung). Selain itu, telah diasumsikan bahwa model dari risiko individu bersifat saling bebas (*independent*).

Metode konvolusi [3], menjelaskan bahwa metode ini berguna untuk menentukan distribusi dari jumlah dua variabel acak yang saling bebas, untuk menentukan peluang total klaim dari sejumlah polis pada perusahaan asuransi. Metode konvolusi mempunyai proses secara rekursif dan berulang-ulang. Pertama, menentukan terlebih dahulu sebuah model risiko individu, yaitu dari jumlah dua variabel acak bebas klaim individu. Diberikan model risiko individu dengan dua variabel acak bebas, fungsi distribusi dari S yaitu total klaim dari dua variabel acak bebas X_1 dan X_2 akan dihitung menggunakan metode konvolusi:

$$S = X_1 + X_2$$

Untuk mencari fungsi distribusi dari S adalah

Ambil $X_1 \geq 0$ dan $X_2 \geq 0$,

Sehingga fungsi distribusi dari S adalah

$$F_S(s) = Pr(S \leq s) = Pr(X_1 + X_2 \leq s) \quad (6)$$

Untuk X_1 dan X_2 menentukan fungsi distribusi dari dua variabel acak klaim individu dalam kasus diskrit, menggunakan hukum total peluang sehingga persamaan (6) menjadi:

$$\begin{aligned} F_S(s) &= Pr(X_1 + X_2 \leq s) \\ &= \sum_{X_1=0}^s Pr(X_1 + X_2 \leq s) | X_1 = x_1) Pr(X_1 = x_1) \\ &= \sum_{X_1=0}^s Pr(X_2 \leq s - x_1) | X_1 = x_1) Pr(X_1 = x_1) \end{aligned} \quad (7)$$

bila X_1 dan X_2 saling bebas maka persamaan (7) menjadi

$$F_S(s) = \sum_{X_1=0}^s F_{X_2}(s - x_1) f_{X_1}(x_1) \quad (8)$$

yang merupakan fungsi peluang dari dua variabel acak klaim individu untuk kasus diskrit yaitu:

$$f_S(s) = \sum_{X_1=0}^s f_{X_2}(s - x_1) f_{X_1}(x_1) \quad (9)$$

Dalam matematika analisis, persamaan (9) disebut dengan proses konvolusi fungsi distribusi dari F_{X_1} dan F_{X_2} dapat dinotasikan dengan $F_{X_1} * F_{X_2}$, sehingga untuk menentukan fungsi distribusi gabungan dari dua variabel acak bebas klaim individu, dapat menggunakan metode konvolusi dari F_{X_1} dan F_{X_2} yang ditulis sebagai berikut [3]:

$$F_{X_1+X_2}(S) = F_{X_1} * F_{X_2} = F_S(S) = \sum_{X_1=0}^s F_{X_2}(s - x_1) f_{X_1}(x_1) \quad (10)$$

Metode Konvolusi Secara Umum

Konsep metode konvolusi [4], untuk dua variabel acak bebas dapat diperluas lebih dari dua variabel acak. Diberikan suatu variabel acak S yang didefinisikan sebagai total klaim dari sejumlah polis pada perusahaan asuransi. Variabel acak X_i menunjukkan klaim individu ke- i , dengan $i = 1, 2, 3, \dots, n$ sehingga model dari risiko individu tersebut didefinisikan sebagai berikut:

$$S = \sum_{i=1}^n X_i \quad (11)$$

dengan S = Total klaim dari sejumlah polis pada perusahaan asuransi

X_i = Variabel acak klaim individu ke- i , $i = 1, 2, \dots, n$

f_i = Fungsi peluang dari X_i

$F^{(n)}$ = Fungsi distribusi gabungan dari $X_1 + X_2 + \dots + X_n$

Fungsi distribusi dari Sadalah

$$F_s(s) = \Pr(S \leq s) = \Pr(X_1 + X_2 + \dots + X_n \leq s)$$

Misalkan F_i adalah fungsi distribusi dari X_i untuk $i = 1, 2, 3, \dots, n$ akan ditunjukkan bahwa:

$$F_s(S) = F_n * F^{(n-1)} \quad (12)$$

Bukti:

Akan ditunjukkan melalui pembuktian matematika. Misalkan $S_2 = X_1 + X_2$ dan $S_3 = X_1 + X_2 + X_3$ maka $S_3 = S_2 + X_3$

Fungsi distribusi gabungan dari S_3 menggunakan persamaan (10) adalah:

$$\begin{aligned} F_{S_3}(S) &= F_{S_2+X_3}(S) \\ &= \sum_0^S F_3(S - S_2) f_{S_2}(S_2) \\ &= F_3 * F_{S_2}(S) \\ &= F_3 * F_{X_1+X_2}(S) \\ &= F_3 * F_2 * F_1 \end{aligned}$$

Sekarang dimisalkan $S_{n-1} = X_1 + X_2 + \dots + X_{n-1}$ dan andaikan berlaku:

$$F_{S_{n-1}}(S) = F_{n-1} * \dots * F_2 * F_1$$

Fungsi distribusi dari S_n menggunakan persamaan (10) adalah:

$$\begin{aligned} F_{S_n}(S) &= F_{S_{n-1}+X_n}(S) \\ &= \sum_0^S F_n(S - S_{n-1}) f_{S_{n-1}}(S_{n-1}) \\ &= F_n * F_{n-1} * \dots * F_2 * F_1 \end{aligned}$$

Jadi, untuk $S_n = X_1 + X_2 + \dots + X_n$ dengan X_1, X_2, \dots, X_n variabel acak yang saling bebas berlaku

$$F_{S_n}(S) = F_n * F^{(n-1)}$$

Fungsi distribusi gabungan dari $F^{(n)}$ disebut proses konvolusi lipat n dari fungsi distribusi $F(X)$.

Metode konvolusi untuk menentukan fungsi distribusi lebih dari dua variabel acak yang saling bebas $X_1 + X_2 + \dots + X_n$ dilakukan secara rekursif dan berulang-ulang yaitu[3].

$$F^{(2)} = F_2 * F^{(1)} = F_2 * F_1$$

$$F^{(3)} = F_3 * F^{(2)}$$

:

$$F^{(n)} = F_n * F^{(n-1)} \quad (13)$$

PENUTUP

Kesimpulan dalam penelitian ini adalah banyaknya klaim selama satu tahun dimodelkan sebagai jumlah klaim dari beberapa individu yang mengikuti asuransi. Metode konvolusi dapat digunakan untuk menghitung peluang total klaim.

DAFTAR PUSTAKA

- [1]. Harinaldi, Dr. M. Eng., *Prinsip-prinsip Statistik untuk Teknik dan Sains*. Jakarta: Erlangga; 2005.
- [2]. Hogg, R.V. McKean, J.W., and craig, A.T. *Intruduction to Mathematical Statistics*, 6nd . Prentice Hall USA; 2005.
- [3]. Bowers, Newton. L., et al. *Actuarial Mathematics*. Schaumburg Illinois: The Society of Actuaries;1996.
- [4]. Kaas, R, Goovaerts, M.J, Dhaene, J. Denuit, M. *Modern Actuarial Risk Theory*. Boston: Kluwer Academic Publishers; 2001.