Buletin Ilmiah Mat. Stat. dan Terapannya (Bimaster)
Volume 04, No. 1 (2015), hal 9 – 16.

PENYELESAIAN MASALAH NILAI AWAL PERSAMAAN DIFERENSIAL BIASA ORDE DUA MENGGUNAKAN MODIFIKASI METODE DEKOMPOSISI ADOMIAN

Mirawati, Neva Satyahadewi , Helmi

INTISARI

Metode Dekomposisi Adomian (MDA) merupakan suatu metode yang digunakan untuk menyelesaikan persamaan diferensial linear maupun tak linear. Persamaan diferensial seringkali dilengkapi dengan Masalah Nilai Awal (MNA). Pada penerapannya, modifikasi Metode Dekomposisi Adomian menghasilkan penyelesaian yang lebih mendekati penyelesaian eksak dibandingkan Metode Dekomposisi Adomian. Metode Dekomposisi Adomian dimodifikasi pada bagian operator linear L, kemudian didekomposisi pada bagian tak linear sehingga diperoleh persamaan rekursif yang digunakan untuk menghasilkan penyelesaian pendekatan eksaknya. Keakuratan penggunaan modifikasi Metode Dekomposisi Adomian diperlihatkan pada beberapa contoh soal. Hasil perhitungan menunjukkan bahwa penyelesaian yang diperoleh menggunakan modifikasi Metode Dekomposisi Adomian sama dengan penyelesaian eksaknya. Sedangkan pada contoh soal yang lain diperlihatkan bahwa modifikasi Metode Dekomposisi Adomian lebih efektif digunakan untuk menyelesaikan Masalah Nilai Awal pada Persamaan Diferensial Biasa orde dua dibanding Metode Dekomposisi Adomian.

Kata Kunci : *MNA, MDA, Modifikasi MDA*

PENDAHULUAN

Persamaan diferensial merupakan salah satu cabang dari matematika yang banyak dikembangkan pada berbagai bidang ilmu seperti fisika, teknik, biologi, kimia, ekologi, ekonomi dan banyak juga digunakan untuk menyelesaikan masalah yang dihadapi dalam ilmu-ilmu lain. Persamaan diferensial dilengkapi dengan nilai awal dan nilai batas. Masalah persamaan diferensial yang dilengkapi dengan nilai awal disebut masalah nilai awal, sedangkan masalah persamaan diferensial yang dilengkapi dengan nilai batas disebut masalah nilai batas. Beberapa tahun terakhir studi Masalah Nilai Awal (MNA) pada Persamaan Diferensial Biasa (PDB) telah banyak menarik perhatian matematikawan dan fisikawan sehingga banyak literatur yang telah dikembangkan untuk menyelesaikan Masalah Nilai Awal [1]. Metode dekomposisi dapat digunakan untuk menyelesaikan persamaan-persamaan fungsional linear dan nonlinear, seperti persamaan diferensial aljabar, persamaan diferensial biasa, persamaan diferensial parsial, persamaan diferensial integral yang selanjutnya disebut Metode Dekomposisi Adomian (MDA). Metode Dekomposisi Adomian menyajikan penyelesaian dalam bentuk deret [2].

Diberikan Persamaan Diferensial Biasa orde dua tak homogen dengan syarat awal ditulis sebagai Masalah Nilai Awal berbentuk [3]

$$y'' + \frac{2n}{x}y' + \frac{n(n-1)}{x^2}y + f(x,y) = g(x), x \neq 0, n \geq 0, \quad y(0) = A, y'(0) = B, \qquad (1)$$

dengan $f(x,y)$ adalah fungsi linear, $g(x)$ adalah fungsi yang diberikan dan A, B adalah konstanta. Penyelesaian (1) sulit diselesaikan secara analitik, sebagai alternatif dilakukan pendekatan penyelesaian numerik untuk memperoleh penyelesaian yang mendekati penyelesaian eksaknya. Pada penerapannya, ketika modifikasi Metode Dekomposisi Adomian digunakan untuk menyelesaikan Persamaan (1) diperoleh hasil yang baik lebih mendekati penyelesaian eksaknya dibandingkan Metode Dekomposisi Adomian.

Penelitian ini bertujuan untuk mengkaji penyelesaian Masalah Nilai Awal pada Persamaan Diferensial Biasa orde dua dengan menggunakan modifikasi dari Metode Dekomposisi Adomian. Penelitian ini difokuskan pada penyelesaian Persamaan Diferensial Biasa orde dua tak homogen dengan bentuk Persamaan (1) dan bentuk $f(x,y)$ linear. Penyelesaian Masalah Nilai Awal pada Persamaan Diferensial Biasa orde dua menggunakan modifikasi Metode Dekomposisi Adomian dimulai dengan perumusan Persamaan Diferensial Biasa orde dua dengan Masalah Nilai Awal, kemudian menyatakan operator linear yang telah dimodifikasi dalam bentuk $L = x^{-n}\frac{d^2}{dx^2}x^n(.)$, selanjutnya invers operator linear tersebut diaplikasikan pada kedua ruas persamaan dan kemudian nilai awal disubtitusikan ke dalam persamaan tersebut. Langkah berikutnya menentukan persamaan rekursif, kemudian menstubtitusikan nilai variabel bebas ke dalam persamaan rekursif untuk memperoleh penyelesaian pendekatan eksaknya.

METODE DEKOMPOSISI ADOMIAN (MDA)

Diberikan Persamaan diferensial dengan bentuk persamaan operator sebagai berikut [2]

$$Fy(x) = g(x) \tag{2}$$

dimana F merupakan operator diferensial biasa tak linear yang memiliki bagian linear dan tak linear. Bagian linear dari F didekomposisikan menjadi L dan R dengan L merupakan operator linear yang mempunyai invers L^{-1}, R merupakan operator linear lainnya. Bagian tak linear lain dari F dimisalkan dengan N, sehingga Persamaan (2) dapat ditulis menjadi

$$Ly(x) + Ry(x) + Ny(x) = g(x)$$

atau dalam bentuk

$$Ly(x) = g(x) - Ry(x) - Ny(x). \tag{3}$$

Karena L yang didefinisikan sebagai $L = \frac{d^2}{dx^2}(.)$ dapat diinverskan yaitu $L^{-1}(.) = \int_0^x\int_0^x(.)\,dxdx$, dengan $(.)$ menyatakan suatu fungsi. Dengan menggunakan L^{-1} pada kedua ruas Persamaan (3) maka diperoleh

$$\begin{aligned} L^{-1}Ly(x) &= L^{-1}g(x) - L^{-1}Ry(x) - L^{-1}Ny(x) \qquad (4)\\ \int_0^x\int_0^x \frac{d^2}{dx^2}\, y(x)\, dxdx &= L^{-1}g(x) - L^{-1}Ry(x) - L^{-1}Ny(x)\\ \int_0^x\int_0^x y''(x)dx\, dx &= L^{-1}g(x) - L^{-1}Ry(x) - L^{-1}Ny(x)\\ y(x) - y(0) - xy'(0) &= L^{-1}g(x) - L^{-1}Ry(x) - L^{-1}Ny(x) \end{aligned}$$

sehingga diperoleh

$$y(x) = y(0) + xy'(0) + L^{-1}g(x) - L^{-1}Ry(x) - L^{-1}Ny(x) \tag{5}$$

Dalam Metode Dekomposisi Adomian diasumsikan penyelesaian persamaan diferensial y dalam bentuk deret sebagai berikut

$$y(x) = \sum_{n=0}^{\infty} y_n \tag{6}$$

Bagian tak linear $Ny(x)$ selanjutnya dimisalkan menjadi

$$Ny(x) = f(y) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \tag{7}$$

dengan A_n merupakan Polinomial Adomian. $A_n$didefinisikan oleh

$$A_n = \sum_{k=1}^{n} c(k,n)f^k(y_0) \tag{8}$$

dimana $f^k(y_0) = \frac{d^k(y_0)}{d(y_0)^k}$ dan $c(k,n)$ sebagai jumlah perkalian yang mungkin dari k komponen y dengan jumlah indeks sama dengan n dibagi dengan faktorial jumlah indeks yang angkanya berulang. Selanjutnya Persamaan (5) dapat ditulis menjadi

$$\sum_{n=0}^{\infty} y_n = y(0) + xy'(0) + L^{-1}g - L^{-1}R\sum_{n=0}^{\infty} y_n - L^{-1}\sum_{n=0}^{\infty} A_n \quad (9)$$

Dengan menyamakan indeks dari kedua ruas Persamaan (9) diperoleh relasi rekursif sebagai berikut

$$\begin{aligned} y_0 &= y(0) + xy'(0) + L^{-1}g \\ y_1 &= -L^{-1}Ry_0 - L^{-1}A_0 \\ &\vdots \\ y_{n+1} &= -L^{-1}Ry_n - L^{-1}A_n, \text{ untuk } n \geq 1 \end{aligned}$$

Penyelesaian pendekatan eksak dapat diperoleh dari

$$Y_n = \sum_{k=0}^{n-1} y_k\,, n \geq 1,$$

dengan

$$\lim_{n\to\infty} Y_n = y.$$

METODE DEKOMPOSISI ADOMIAN UNTUK MASALAH NILAI AWAL

Diberikan Masalah Nilai Awal pada persamaan diferensial orde dua dalam bentuk persamaan berikut [4]

$$y'' + \frac{2}{x}y' + f(x,y) = g(x) \quad (10)$$
$$y(0) = A, y'(0) = B,$$

dimana $f(x,y)$ adalah fungsi kontinu yang bernilai real, $g(x)$ adalah fungsi yang diberikan, A dan B adalah konstanta. Dengan operator linear L didefinisikan sebagai berikut:

$$L = x^{-2}\frac{d^2}{dx^2}x^2(.), \quad (11)$$

Selanjutnya Persamaan (10) dapat ditulis sebagai

$$Ly = g(x) - f(x,y) \quad (12)$$

Invers operator L^{-1} merupakan sebuah operator integral lipat dua yang didefinisikan

$$L^{-1}(.) = \int_0^x x^{-2}\int_0^x x^2(.)dxdx \quad (13)$$

dengan $(.)$ menyatakan suatu fungsi, kemudian subtitusi $y'' + \frac{2}{x}y'$ pada Persamaan (10) ke dalam Persamaan (13) maka diperoleh

$$\begin{aligned} L^{-1}\left(y'' + \frac{2}{x}y'\right) &= \int_0^x x^{-2}\int_0^x x^2\left(y'' + \frac{2}{x}y'\right)dxdx \\ &= \int_0^x x^{-2}\int_0^x x^2y''(x) + 2xy'(x)dxdx = y(x) - y(0) - xy'(0) \end{aligned}$$

Dengan mengoperasikan L^{-1} pada Persamaan (12), maka diperoleh

$$y(x) = A + Bx + L^{-1}g(x) - L^{-1}f(x,y) \quad (14)$$

Pada Metode Dekomposisi Adomian penyelesaian $y(x)$ dan bentuk nonlinear $f(x,y)$ diasumsikan dalam bentuk deret

$$y(x) = \sum_{n=0}^{\infty} y_n\,(x), \quad (15)$$

dan

$$f(x,y) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \tag{16}$$

dimana komponen $y_n(x)$ dari penyelesaian $y(x)$ ditentukan secara berulang.
Subtitusi Persamaan (15) dan (16) ke dalam Persamaan (14),

$$\sum_{n=0}^{\infty} y_n = A + Bx + L^{-1}g(x) - L^{-1}\sum_{n=0}^{\infty} A_n \tag{17}$$

dengan menggunakan Metode Dekomposisi Adomian, komponen $y_n(x)$ dapat ditentukan sebagai

$$\begin{aligned} y_0(x) &= A + Bx + L^{-1}g(x) \\ y_{k+1}(x) &= -L^{-1}(A_k), \qquad k \geq 0, \end{aligned} \tag{18}$$

yang memberikan

$$\begin{aligned} y_0(x) &= A + Bx + L^{-1}g(x), \\ y_1(x) &= -L^{-1}(A_0), \\ &\vdots \end{aligned}$$

Dari Persamaan (8) dan (18), komponen $y_n(x)$ dapat ditentukan maka penyelesaian deret $y_n(x)$ dalam Persamaan (15) dapat diperoleh. Dalam penerapannya, penyelesaian $\sum_{n=0}^{\infty} y_n\,(x)$ tidak dapat ditentukan, sehingga dilakukan penyelesaian pendekatan dengan deret terpotong

$$Y_n = \sum_{k=0}^{n-1} y_k\,, n \geq 1,$$

dengan $\lim_{n\to\infty} Y_n = y$ sebagai perkiraan penyelesaian eksak.

MODIFIKASI METODE DEKOMPOSISI ADOMIAN UNTUK MASALAH NILAI AWAL

Algoritma 1 [3] Diberikan Masalah Nilai Awal pada persamaan diferensial orde dua dalam bentuk Persamaan (1) dengan operator linear L yang didefinisikan sebagai

$$L = x^{-n}\frac{d^2}{dx^2}x^n(.) \tag{19}$$

Kemudian persamaan (1) dapat ditulis sebagai

$$Ly = g(x) - f(x,y) \tag{20}$$

Invers operator L^{-1} merupakan sebuah operator integral lipat dua yang didefinisikan

$$L^{-1}(.) = x^{-n}\int_0^x\int_0^x x^n(.)dxdx \tag{21}$$

dengan $(.)$ merupakan sebuah fungsi. Kemudian subtitusi $y'' + \frac{2n}{x}y' + \frac{n(n-1)}{x^2}y$ pada Persamaan (1) ke dalam Persamaan (21) sehingga diperoleh

$$\begin{aligned} L^{-1}\left(y'' + \frac{2n}{x}y' + \frac{n(n-1)}{x^2}y\right) &= x^{-n}\int_0^x\int_0^x x^n\left(y'' + \frac{2n}{x}y' + \frac{n(n-1)}{x^2}y\right)dxdx \\ &= x^{-n}\int_0^x (x^n\,y'\,(x) + nx^{n-1}y(x))dx \\ &= y(x) \end{aligned}$$

Dengan mengoperasikan L^{-1} pada Persamaan (20), maka diperoleh

$$y(x) = A + L^{-1}g(x) - L^{-1}f(x,y) \tag{22}$$

Pada metode dekomposisi Adomian penyelesaian $y(x)$ dan bentuk nonlinear $f(x,y)$ diasumsikan dalam bentuk deret

$$y(x) = \sum_{n=0}^{\infty} y_n\,(x) \tag{23}$$

dan

$$f(x,y) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \tag{24}$$

dimana komponen $y_n(x)$ dari penyelesaian $y(x)$ akan ditentukan secara berulang. Polinomial Adomian A_n dapat dirumuskan menggunakan Persamaan (8). Subtitusi Persamaan (21) dan (22) ke dalam Persamaan (20),

$$\sum_{n=0}^{\infty} y_n = A + L^{-1}g(x) - L^{-1}\sum_{n=0}^{\infty} A_n \tag{25}$$

Dengan menggunakan metode dekomposisi Adomian, komponen $y_n(x)$ dapat ditentukan sebagai

$$y_0(x) = A + L^{-1}g(x) \tag{26}$$

$$y_{n+1}(x) = -L^{-1}(A_n), \quad n \geq 0,$$

dimana A_n merupakan polinomial Adomian yang mewakili bentuk nonlinear $f(x,y)$.

Contoh 2 [1] Diberikan Masalah Nilai Awal:

$$y'' + \tfrac{2}{x}y' - 10y = 12 - 10x^4, \tag{27}$$

$$y(0) = 0, y'(0) = 0$$

dengan penyelesaian eksak $y(x) = 2x^2 + x^4$

Tentukan penyelesaian pendekatan eksak dengan menggunakan modifikasi metode dekomposisi Adomian!

Penyelesaian:

Persamaan (27) dapat ditulis menjadi

$$Ly = 12 - 10x^4 + 10y \tag{28}$$

Diaplikasikan L^{-1} pada kedua ruas Persamaan (28)

$$y = L^{-1}(12 - 10x^4) + L^{-1}10y \tag{29}$$

$$= x^{-1}\int_0^x\int_0^x x(12 - 10x^4)dxdx + L^{-1}10y$$

$$= (2x^2 - \frac{5}{21}x^6) + L^{-1}10y$$

Dari Persamaan (27) diperoleh relasi rekursif sebagai berikut:

$$y_0(x) = 2x^2 - \frac{5}{21}x^6$$

$$y_{n+1}(x) = 10L^{-1}(y_n), n \geq 0$$

Sehingga diperoleh penyelesaian Persamaan (27) dengan modifikasi Metode Dekomposisi Adomian adalah sebagai berikut:

$$y(x) = y_0 + y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + \cdots$$

$$y(x) = 2x^2 - \tfrac{5}{21}x^6 + x^4 - \tfrac{25}{756}x^8 + \tfrac{5}{21}x^6 - \tfrac{25}{8316}x^{10} + \tfrac{25}{756}x^8 - \tfrac{125}{648648}x^{12} + \tfrac{25}{8316}x^{10} - \tfrac{625}{68108040}x^{14} + \cdots \tag{30}$$

Berdasarkan Persamaan (30) terlihat bahwa suku $-\tfrac{5}{21}x^6, -\tfrac{25}{756}x^8$ muncul dengan tanda yang berlawanan pada suku-suku berikutnya, demikian juga untuk suku-suku berikutnya. Apabila perhitungan dilanjutkan, maka akan diperoleh penyelesaian pendekatan eksak untuk Persamaan (27) adalah $y(x) = 2x^2 + x^4$.

Contoh 3 [4] Diberikan Masalah Nilai Awal:

$$y'' + \tfrac{4}{x}y' + \tfrac{2}{x^2}y + xy = 20x + x^4 \qquad y(0) = 0, y'(0) = 0 \tag{31}$$

dengan penyelesaian eksak $y(x) = x^3$.
Tentukan penyelesaian pendekatan eksaknya dengan menggunakan modifikasi Metode Dekomposisi Adomian!

Penyelesaian:

Diberikan operator linear L yang didefinisikan sebagai

$$L = x^{-2}\frac{d^2}{dx^2}x^2(.) \tag{32}$$

Sehingga invers operator L^{-1} didefinisikan sebagai

$$L^{-1}(.) = x^{-2}\int_0^x\int_0^x x^2(.)dxdx \tag{33}$$

Persamaan (31) dapat ditulis dalam bentuk

$$Ly = 20x + x^4 - xy \tag{34}$$

Diaplikasikan L^{-1} pada kedua ruas Persamaan (34)

$$\begin{aligned} y &= L^{-1}(20x + x^4) - L^{-1}(xy) \qquad (35)\\ &= x^{-2}\int_0^x\int_0^x x^2(20x + x^4)dxdx - L^{-1}(xy)\\ &= x^3 + \frac{1}{56}x^6 - L^{-1}(xy) \end{aligned}$$

Dari Persamaan (35) diperoleh relasi rekursif sebagai berikut:

$$y_0(x)x^3 + \frac{1}{56}x^6$$

$$y_{n+1}(x) = -L^{-1}(xy_n),\ n \geq 0$$

Sehingga diperoleh

$$y_0 = x^3 + \frac{1}{56}x^6$$

$$y_1 = -L^{-1}(xy_0) = -L^{-1}x(x^3 + \frac{1}{56}x^6) = -\frac{1}{56}x^6 - \frac{1}{6160}x^9$$

$$y_2 = -L^{-1}(xy_1) = -L^{-1}x\left(-\frac{1}{56}x^6 - \frac{1}{6160}x^9\right) = \frac{1}{6160}x^9 + \frac{1}{1121120}x^{12}$$

$$y_3 = -L^{-1}(xy_2) = -L^{-1}x\left(\frac{1}{6160}x^9 + \frac{1}{1121120}x^{12}\right) = -\frac{1}{1121120}x^{12} - \frac{1}{304944640}x^{15}$$

$$\vdots$$

Jadi penyelesaian Persamaan (31) dengan modifikasi Metode Dekomposisi Adomian adalah sebagai berikut:

$$y(x) = y_0 + y_1 + y_2 + y_3 + \cdots$$

$$y(x) = x^3 + \frac{1}{56}x^6 - \frac{1}{56}x^6 - \frac{1}{6160}x^9 + \frac{1}{6160}x^9 + \frac{1}{1121120}x^{12} - \frac{1}{1121120}x^{12} - \frac{1}{304944640}x^{15} + \cdots \tag{36}$$

Berdasarkan persamaan (36) terlihat bahwa suku $-\frac{1}{56}x^6$, $-\frac{1}{6160}x^9$ muncul dengan tanda yang berlawanan pada y_1 dan y_2, demikian juga untuk suku-suku berikutnya. Apabila perhitungan dilanjutkan, maka akan diperoleh penyelesaian untuk Persamaan (31) adalah $y(x) = x^3$ yang merupakan penyelesaian eksak Persamaan (31).

Algoritma 4 [3] Pada bagian ini, Masalah Nilai Awal pada Persamaan Diferensial Biasa diselesaikan dengan bentuk Metode Dekomposisi Adomian standar dan modifikasi Metode Dekomposisi Adomian.

Contoh 5 [5] Diberikan Masalah Nilai Awal:

$$y'' + \frac{4}{x}y' + \frac{2}{x^2}y = 12 + \frac{2}{x^2} \qquad y(0) = 0, y'(0) = 0 \tag{37}$$

Tentukan penyelesaian pendekatan eksaknya dengan menggunakan Metode Dekomposisi Adomian standar dan modifikasi Metode Dekomposisi Adomian!

Penyelesaian:

Metode Dekomposisi Adomian standar

Diberikan operator L yang didefinisikan sebagai

$$L = x^{-4} \frac{d}{dx} x^4(.) \tag{38}$$

Sehingga invers operator L^{-1} didefinisikan sebagai

$$L^{-1}(.) = \int_0^x x^{-4} \int_0^x x^4(.)dxdx \tag{39}$$

Persamaan (37) dapat ditulis dalam bentuk

$$Ly = 12 + \frac{2}{x^2} - \frac{2}{x^2} y \tag{40}$$

Diaplikasikan L^{-1} pada kedua ruas Persamaan (40)

$$\begin{aligned}
y &= L^{-1}\left(12 + \frac{2}{x^2}\right) - L^{-1}\frac{2}{x^2} y \\
&= \int_0^x x^{-4} \int_0^x x^4(12 + \frac{2}{x^2})dxdx - L^{-1}\frac{2}{x^2} y \\
&= \int_0^x x^{-4} \int_0^x (12x^4 + 2x^2)dxdx - L^{-1}\frac{2}{x^2} y \\
&= \int_0^x x^{-4}(\frac{12}{5}x^5 + \frac{2}{3}x^3)|_o^x dx - L^{-1}\frac{2}{x^2} y \\
&= \int_0^x (\frac{12}{5}x + \frac{2}{3x})dx - L^{-1}\frac{2}{x^2} y \\
&= \frac{12}{10}x^2 + \frac{2}{3}\ln(x) - L^{-1}\frac{2}{x^2} y
\end{aligned}$$

Dengan menggunakan Metode Dekomposisi Adomian tidak dapat ditemukan penyelesaian pendekatan eksak Persamaan (37) sehingga Metode Dekomposisi Adomian dilakukan modifikasi pada operator L agar penyelesaian pendekatan dapat dicari.

Modifikasi Metode Dekomposisi Adomian

Diberikan operator linear L yang didefinisikan sebagai

$$L = x^{-2} \frac{d^2}{dx^2} x^2(.) \tag{41}$$

Sehingga invers operator L^{-1} didefinisikan sebagai

$$L^{-1}(.) = x^{-2} \int_0^x \int_0^x x^2(.)dxdx \tag{42}$$

Persamaan (37) dapat ditulis dalam bentuk

$$Ly = 12 + \frac{2}{x^2} \tag{43}$$

Diaplikasikan L^{-1} pada kedua ruas Persamaan (43)

$$\begin{aligned}
y &= L^{-1}\left(12 + \frac{2}{x^2}\right) \\
&= x^{-2} \int_0^x \int_0^x x^2\left(12 + \frac{2}{x^2}\right)dxdx \\
&= x^{-2} \int_0^x \int_0^x (12x^2 + 2)dxdx
\end{aligned}$$

$$= x^{-2} \int_0^x (4x^3 + 2x)|_o^x \, dx$$
$$= x^{-2}(x^4 + x^2) \, |_o^x$$
$$= x^2 + 1$$

Sehingga diperoleh penyelesaian pendekatan eksak untuk Persamaan (37) yaitu $y(x) = x^2 + 1$. Jadi penyelesaian pendekatan eksak dapat dicari dengan memodifikasi Metode Dekomposisi Adomian. Hal ini menunjukkan bahwa Metode Dekomposisi Adomian standar tidak selalu dapat digunakan untuk menyelesaikan Masalah Nilai Awal dengan bentuk Persamaan (1).

PENUTUP

Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan, dapat disimpulkan bahwa Masalah Nilai Awal (MNA) pada Persamaan Diferensial Biasa (PDB) orde dua tak homogen dengan bentuk $y'' + \frac{2n}{x}y' + \frac{n(n-1)}{x^2}y + f(x,y) = g(x), n \geq 0, x \neq 0 \quad y(0) = A, y'(0) = B$ dapat diselesaikan menggunakan modifikasi Metode Dekomposisi Adomian yaitu dengan memodifikasi operator L. Berdasarkan contoh-contoh soal yang telah dibahas disimpulkan bahwa modifikasi Metode Dekomposisi Adomian menghasilkan penyelesaian yang sama dengan penyelesaian eksaknya untuk Masalah Nilai Awal. Pada contoh 5 terlihat bahwa penyelesaian sulit diperoleh dengan menggunakan Metode Dekomposisi Adomian, namun setelah diakukan modifikasi pada operator L diperoleh penyelesaian pendekatan eksaknya.

DAFTAR PUSTAKA

[1]. Šmarda Z and Filippova O. Adomian Decomposition Method for Certain Singular Initial Value problems. *Jurnal of Applied Mathematics.* 2010; 3(2): 92-98.

[2]. Adomioan G. *Solving Frontier Problem of Phisics: The Decomposition Method*. Dordrecht: Kluwer Academic; 1994.

[3]. Hasan QY and Zhu LM. Modified Adomian Decomposition Method for Singular Initial Value Problems in the Second-Order Ordinary Differential Equations. *Surveys in Mathematics and its Applications*. 2008; 3 : 183-193

[4]. Šmarda Z. Modifications of Adomian Decomposition Method for certain Classes of Singular Differential Equations of the Second Order. *Mathematical Models and Methods in Modern Science*. 2011; 112-117.

[5]. Hasan QY. Modified Adomian Decomposition Method for Second Order Singular Initial Value Problems. *Advances in Computational Mathematics and its Applications.* 2012; 1(2) : 94-99.

MIRAWATI : FMIPA UNTAN, Pontianak, ami.mir612@yahoo.co.id
NEVA SATYAHADEWI : FMIPA UNTAN, Pontianak, neva_s04@yahoo.co.id
HELMI : FMIPA UNTAN, Pontianak, helmi132205@yahoo.co.id