Buletin Ilmiah Mat. Stat. dan Terapannya (Bimaster)
Volume 01, No. 1 (2012), hal 23 – 30.

METODE SIMPLEKS *FUZZY* UNTUK PERMASALAHAN PEMROGRAMAN LINEAR DENGAN VARIABEL *TRAPEZOIDAL FUZZY*

Anastasia Tri Afriani, Nilamsari Kusumastuti, Bayu Prihandono

INTISARI

Himpunan *fuzzy* adalah himpunan yang dinyatakan dengan suatu fungsi keanggotaan, yang memetakan setiap domain di himpunan *fuzzy* ke tepat satu bilangan di interval nol hingga satu. Penerapan teori himpunan *fuzzy* pada riset operasi adalah persoalan pemrograman linear *fuzzy*. Pada penelitian ini digunakan bilangan *trapezoidal fuzzy* sebagai variabel. Untuk mengurutkan bilangan *trapezoidal fuzzy* digunakanlah fungsi ranking linear. Metode yang digunakan untuk mencari solusi optimal adalah metode simpleks *fuzzy*. Solusi optimal dicari dengan melakukan beberapa iterasi pada tabel simpleks *fuzzy*. Hasil dari pembahasan menunjukkan bahwa bilangan *trapezoidal fuzzy* pada persoalan pemrograman linear *fuzzy* dapat diselesaikan dengan menggunakan metode simpleks *fuzzy*.

Kata Kunci : *Pemrograman Linear dengan Variabel Trapezoidal Fuzzy, Fungsi Ranking, Metode Simpleks Fuzzy, Bilangan Trapezoidal Fuzzy*

PENDAHULUAN

Himpunan *fuzzy* adalah himpunan yang dinyatakan dengan suatu fungsi keanggotaan, yang memetakan setiap domain di himpunan *fuzzy* tepat satu bilangan ke interval nol hingga satu. Fungsi keanggotaan (*membership function*) adalah suatu kurva yang menunjukkan pemetaan titik-titik input data dari domain himpunan *fuzzy* ke dalam derajat keanggotaannya. Jenis-jenis dari fungsi keanggotaan himpunan *fuzzy* antara lain representasi kurva linear, representasi kurva *triangular* (segitiga), representasi kurva S, dan representasi kurva *trapezoidal* (trapesium) [1-4]. Teori himpunan *fuzzy* banyak di aplikasikan diberbagai ilmu pengetahuan, salah satunya adalah riset operasi. Riset operasi adalah suatu metode untuk menyelesaikan persoalan optimasi yang mulai berkembang sejak tahun 1945. Penerapan teori himpunan *fuzzy* pada riset operasi adalah persoalan pemrograman linear *fuzzy*. Pemrograman linear diperkenalkan untuk pertama kalinya oleh George B. Dantzig pada tahun 1947. Pada persoalan pemrograman linear digunakan bilangan *trapezoidal fuzzy* sebagai variabel. Untuk mengurutkan bilangan *trapezoidal fuzzy* digunakanlah fungsi ranking linear. Fungsi ranking linear merupakan metode untuk mengurutkan bilangan *trapezoidal fuzzy* yang didasarkan pada konsep perbandingan bilangan *fuzzy*. Perbandingan bilangan *fuzzy* merupakan cara yang efektif untuk menyusun bilangan-bilangan *trapezoidal fuzzy* ke dalam bentuk bilangan real.

Pemrograman linear dengan variabel *fuzzy* atau yang disingkat dengan FVLP (*Fuzzy Variable Linear Programming*), merupakan teknik matematika yang fleksibel, yang mengoptimalkan penggunaan sumber daya yang terbatas untuk mencapai suatu tujuan yang optimal, yaitu memaksimumkan keuntungan atau meminimumkan biaya. Terdapat dua metode yang digunakan untuk menyelesaikan persoalan model pemrograman linear *fuzzy*, yaitu metode grafik dan metode simpleks *fuzzy*. Metode grafik digunakan apabila model persoalan pemrograman linear *fuzzy* berdimensi dua, sedangkan metode simpleks *fuzzy* digunakan apabila model persoalan pemrograman linear *fuzzy* berdimensi dua atau lebih. Pada penelitian ini dibahas mengenai bagaimana menyelesaikan persoalan pemrograman linear dengan variabel *trapezoidal fuzzy* menggunakan metode simpleks *fuzzy*.

Langkah-langkah penyelesaian persoalan FVLP dengan metode simpleks *fuzzy* dimulai dengan mengubah persoalan cerita ke dalam bentuk kanonik FVLP dengan menambahkan variabel tambahan. Apabila bentuk kanonik telah menjadi bentuk siap simpleks, yaitu sudah tersusut Gauss Jordan dan nilai di ruas kanan sudah tidak negatif, maka disusun tabel awal simpleks. Kemudian tabel awal tersebut diuji keoptimalannya. Apabila tabel awal belum optimal, maka tabel awal harus diperbaiki dengan mencari unsur kunci. Jika unsur kunci telah diperoleh, maka disusun tabel baru. Selanjutnya, tabel baru tersebut diuji lagi keoptimalannya. Apabila tabel baru telah optimal, maka dilihat kembali apakah tabel baru tersebut memiliki variabel semu positif atau tidak. Jika tabel tersebut memiliki variabel semu positif, maka persoalan menjadi tidak layak. Namun, jika pada tabel tersebut tidak memiliki variabel semu positif, maka proses pencarian penyelesaian persoalan FVLP dengan metode simpleks *fuzzy* telah selesai. Sebagai proses akhir, hasil optimal yang berupa bilangan *trapezoidal fuzzy* diurutkan dengan menggunakan fungsi ranking sehingga diperoleh bilangan real yang dapat dibandingkan.

BILANGAN FUZZY

Berikut akan diberikan beberapa definisi dan teorema dasar yang akan digunakan untuk mencapai tujuan dari penelitian ini. Pembahasan lebih lanjut dapat dilihat pada [1-4].

Fungsi keanggotaan dari himpunan fuzzy $\tilde{A}$, dinotasikan dengan $\mu_{\tilde{A}}$, yang didefinisikan sebagai berikut: $$\mu_{\tilde{A}}(x): X \to [0,1].$$

Jika diketahui bahwa $\tilde{A} \subseteq X$ adalah himpunan *fuzzy* dengan anggota x, maka elemen $x \in X$ dapat dinyatakan sebagai berikut:

1. $x \in X$ disebut bukan elemen $\tilde{A}$, jika $\mu_{\tilde{A}}(x) = 0$.
2. $x \in X$ dengan derajat keanggotaan rendah di $\tilde{A}$, jika $\mu_{\tilde{A}}(x) \approx 0$.
3. $x \in X$ dengan derajat keanggotaan tinggi di $\tilde{A}$, jika $\mu_{\tilde{A}}(x) \approx 1$.

$x \in X$ seutuhnya elemen $\tilde{A}$, jika $\mu_{\tilde{A}}(x) = 1$.

Core (inti) dari himpunan fuzzy $\tilde{A}$ adalah himpunan dari semua titik x dalam X yang memiliki derajat keanggotaan bernilai 1 atau $\mu_{\tilde{A}}(x) = 1$, yang didefinisikan dengan $core(\tilde{A}) = \{x \mid \mu_{\tilde{A}}(x) = 1\}$. Himpunan $\tilde{A}$ disebut *normal* jika *core* dari $\tilde{A}$ tidak kosong, sehingga selalu dapat ditemukan satu titik $x \in X$ yang memiliki derajat keanggotaan bernilai 1 atau $\mu_{\tilde{A}}(x) = 1$. Himpunan fuzzy $\tilde{A}$ disebut *konveks* jika untuk setiap $x_1, x_2 \in X$ dan $\lambda \in [0,1]$, maka untuk suatu skalar λ berlaku:

$$\mu_{\tilde{A}}(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2) \geq min\{\mu_{\tilde{A}}(x_1), \mu_{\tilde{A}}(x_2)\}. \text{ [5]}$$

Definisi 1. *Himpunan fuzzy konveks $\tilde{A}$ pada bilangan real disebut bilangan fuzzy jika memenuhi:*

1. *Fungsi keanggotaan $\mu_{\tilde{A}}(x)$ adalah kontinu sepotong-sepotong.*
2. *Terdapat tiga interval* $[a,b]$, $[b,c]$ *dan* $[c,d]$ dengan $\mu_{\tilde{A}}(x)$ *meningkat pada interval* $[a,b]$ *sama dengan satu pada interval* $[b,c]$, *menurun pada interval* $[c,d]$ *dan sama dengan nol pada interval lainnya.*[6]

Bilangan *fuzzy* dapat dinyatakan dengan $\tilde{a} = (a^L, a^U, \alpha, \beta)$ dengan $a^L < a^U$, $\alpha > 0, \beta > 0$ dan $a^L, a^U, \alpha, \beta \in X$. *Core* dari bilangan *fuzzy* $\tilde{a}$ adalah $[a^L, a^U]$ dan *support* dari a adalah $(a^L - \alpha, a^U + \beta)$ [6].

Definisi 2. *Diberikan dua bilangan fuzzy yaitu* $\tilde{a} = (a^L, a^U, \alpha, \beta)$ *dan* $\tilde{b} = (b^L, b^U, \gamma, \theta)$, *dengan* $\tilde{a}, \tilde{b} \in \mathcal{F}(\mathbb{R})$ *dan* $a^L, a^U, \alpha, \beta, b^L, b^U, \gamma, \theta \in \mathbb{R}$. *Operasi dari bilangan fuzzy didefinisikan sebagai berikut:*

1. *Negasi:* $(-\tilde{a}) = (-a^U, -a^L, \beta, \alpha)$.
2. *Penjumlahan:* $\tilde{a} + \tilde{b} = (a^L + b^L, a^U + b^U, \alpha + \gamma, \beta + \theta)$.
3. *Perkalian dengan skalar*, *untuk* $x > 0$, $x \in X$ *maka* $x\tilde{a} = (xa^L, xa^U, x\alpha, x\beta)$, *untuk* $x < 0$, $x \in X$ *maka* $x\tilde{a} = (xa^U, xa^L, -x\beta, -x\alpha)$.[6]

Fungsi ranking merupakan metode untuk mengurutkan bilangan *fuzzy* yang didasarkan pada konsep perbandingan bilangan *fuzzy*. Perbandingan bilangan *fuzzy* merupakan cara yang efektif untuk menyusun bilangan-bilangan *fuzzy* pada $\mathcal{F}(\mathbb{R})$ yang didefinisikan dengan fungsi relasi $\Re: \mathcal{F}(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}$ atau fungsi $\Re$ memetakan setiap bilangan *fuzzy* pada $\mathcal{F}(\mathbb{R})$ kedalam himpunan bilangan real [5].

Definisi 3. *Fungsi ranking yang digunakan untuk mengurutkan bilangan fuzzy didefinisikan dengan*

$$\Re(\tilde{a}) = \frac{a^L + a^U}{2} + \frac{1}{4}(\beta - \alpha), \tag{1}$$

dengan $\tilde{a} = (a^L, a^U, \alpha, \beta)$, $\tilde{a} \in \mathcal{F}(\mathbb{R})$.

Fungsi ranking (1) merupakan fungsi yang digunakan untuk mengurutkan bilangan *fuzzy* pada pemrograman linear *fuzzy* sehingga bernilai bilangan real dan dapat dibandingkan.

Sifat-sifat relasi yang digunakan untuk mengurutkan bilangan *fuzzy* didefinisikan sebagai berikut:

1. $\tilde{a} \underset{\Re}{\geq} \tilde{b}$ jika dan hanya jika $\Re(\tilde{a}) \geq \Re(\tilde{b})$,
2. $\tilde{a} \underset{\Re}{>} \tilde{b}$ jika dan hanya jika $\Re(\tilde{a}) > \Re(\tilde{b})$,
3. $\tilde{a} \underset{\Re}{=} \tilde{b}$ jika dan hanya jika $\Re(\tilde{a}) = \Re(\tilde{b})$,

Sebagai ilustrasi pada sifat-sifat relasi diberikan lima bilangan *fuzzy* yaitu $(10,6,2,10)$, $(8,6,13,21)$, $(7,5,8,16)$, $(4,6,7,11)$ dan $(5,3,10,18)$, maka sifat-sifat relasi antara dua bilangan dari lima bilangan *fuzzy* adalah sebagai berikut:

1. $(10,6,2,10) \underset{\Re}{\geq} (8,6,13,21)$ karena $\left(\Re(10,6,2,10) = 10\right) \geq \left(\Re(8,6,13,21) = 9\right)$
2. $(7,5,8,16) \underset{\Re}{>} (4,6,7,11)$ karena $\left(\Re(7,5,8,16) = 8\right) > \left(\Re(4,6,7,11) = 6\right)$
3. $(5,3,10,18) \underset{\Re}{=} (4,6,7,11)$ karena $\left(\Re(5,3,10,18) = 6\right) = \left(\Re(4,6,7,11) = 6\right)$,

Fungsi ranking (1) memenuhi sifat untuk setiap $\tilde{a}, \tilde{b} \in \mathcal{F}(\mathbb{R})$ dan skalar $k \in \mathbb{R}$ (i) $\Re(\tilde{a} + \tilde{b}) = \Re(\tilde{a}) + \Re(\tilde{b})$ dan (ii) $\Re(k\tilde{a}) = k\Re(\tilde{a})$ [5].

PEMROGRAMAN LINEAR DENGAN VARIABEL *TRAPEZOIDAL FUZZY* (FVLP)

Pemrograman linear diperkenalkan untuk pertama kalinya oleh George B. Dantzig pada tahun 1947 [7]. Pemrograman Linear (LP) merupakan metode matematika untuk menyelesaikan masalah pengalokasian sumber daya yang terbatas untuk mencapai suatu tujuan yang optimal seperti memaksimumkan keuntungan atau meminimumkan biaya. Untuk menyelesaikan persoalan pemrograman linear digunakanlah model matematika. Model matematika terdiri dari sebuah fungsi tujuan linear dan sistem persamaan linear.

Secara umum bentuk persoalan pemrograman linear dengan variabel *fuzzy* (FVLP) dirumuskan dengan menentukan nilai dari *p* variabel $\tilde{x}_j$ yang memenuhi *m* pertidaksamaan atau persamaan linear yang berbentuk sebagai berikut [8]:

$$a_{i1}\tilde{x}_1 + a_{i2}\tilde{x}_2 + \cdots + a_{ip}\tilde{x}_p \left\{ \leq, \underset{\Re}{=}, \geq \right\} \tilde{b}_i , \qquad i = 1,\ldots,m , \tag{2}$$

$$\tilde{x}_j \underset{\Re}{\geq} \tilde{0} , \;\; j = 1,\ldots,p$$

dan memaksimumkan atau meminimumkan fungsi tujuan yaitu:

$$\tilde{f} \underset{\Re}{=} c_1\tilde{x}_1 + c_2\tilde{x}_2 + \ldots + c_p\tilde{x}_p , \tag{3}$$

dengan a_{ij}, c_j adalah koefisien *crisp* dan $\tilde{b}_i$ adalah konstanta *fuzzy* serta $\tilde{x}_j$ adalah variabel keputusan *fuzzy*.

Setiap himpunan $\tilde{x}_j$ yang memenuhi himpunan kendala (2) disebut suatu penyelesaian. Setiap penyelesaian yang memenuhi kendala tak negatif disebut penyelesaian layak. Setiap penyelesaian layak yang memaksimumkan atau meminimumkan fungsi $\tilde{f}$ pada (3) disebut penyelesaian optimal.

Teorema 4. *Diberikan suatu penyelesaian layak untuk persoalan K (yang berbentuk kanonik), jika dan hanya jika penyelesaian tersebut juga merupakan penyelesaian layak untuk persoalan A (bentuk asli).*

Bukti Teorema 4 dapat dilihat pada [8].

Selanjutnya, untuk mewadahi besaran-besaran tersebut, maka disusun bentuk umum tabel simpleks *fuzzy* [8]. Langkah-langkah metode simpleks *fuzzy* dengan bilangan *trapezoidal fuzzy* untuk menyelesaikan persoalan FVLP adalah sebagai berikut:

1. Mengubah bentuk umum persoalan FVLP ke dalam bentuk kanonik FVLP, yaitu dengan menambah variabel tambahan atau variabel semu.
2. Menyusun tabel awal persoalan FVLP dalam bentuk kanonik dengan syarat bahwa kendala utama sudah tersusut Gauss-Jordan dengan ruas kanan sudah tak negatif.
3. Menguji keoptimalan pada tabel awal dengan melihat nilai $z_j - c_j$ untuk semua *j*. Apabila bentuk persoalan berpola minimum, maka suatu tabel dikatakan telah optimal jika $z_j - c_j \leq 0$ untuk semua *j*. Sedangkan, jika bentuk persoalan berpola maksimum, maka suatu tabel dikatakan optimal jika $z_j - c_j \geq 0$ semua *j*.
4. Jika tabel awal belum optimal, maka langkah selanjutnya adalah tabel harus diperbaiki. Memperbaiki tabel berarti mengganti satu variabel basis. Mengganti variabel basis dilakukan dengan dua aturan, yaitu
   i. KUNCI I
   Jika persoalan maksimum, maka dipilih *k*, sehingga
   $$\left(z_k - c_k\right) = \min_j \left\{ z_j - c_j, z_j - c_j < 0 \right\}.$$
   Jika persoalan minimum, maka dipilih *k*, sehingga
   $$\left(z_k - c_k\right) = \underset{j}{maks} \left\{ z_j - c_j, z_j - c_j > 0 \right\},$$
   dengan *k* adalah kolom ke-*k* variabel yang bukan basis.
   ii. KUNCI II
   Pilih baris ke-*r* yang memenuhi
   $$R_i \underset{\Re}{=} \frac{\bar{\tilde{x}}_r}{y_{rk}} \underset{\Re}{=} \min_j \left\{ \frac{\bar{\tilde{x}}_i}{y_{ik}}, y_{ik} > 0 \right\},$$
   dengan *r* adalah variabel basis yang keluar. Jika ditemukan $y_{ik} < 0$, maka proses dihentikan, karena persolan FVLP menjadi tak terbatas.
5. Memilih y_{rk} sebagai unsur kunci dan memperbaharui tabel simpleks *fuzzy*. Apabila tabel simpleks *fuzzy* baru belum optimal, maka dilakukan langkah ke tiga.

Contoh 5. Sebuah pabrik farmasi sedang menghadapi masalah yang berkaitan dengan launching obat flu yang terbaru. Pabrik tersebut bermaksud ingin mengeluarkan obat flu yang sangat manjur dengan biaya produksi seminim mungkin. Kedua jenis obat tersebut diberi nama Fluin dan Fluon. Kedua obat tersebut mengandung tiga unsur utama dengan kadar kandungannya tertera dalam Tabel 1. Diperoleh informasi dari seorang konsultan apoteker, bahwa biaya pembuatan untuk obat Fluin adalah sebesar Rp 1.000.000/botol dan untuk obat Fluon adalah Rp 800.000/botol. Kemudian, menurut dosis dari dokter, seseorang yang sakit flu, biasa akan sembuh bila dalam tiga hari menelan paling sedikit 8 hingga paling banyak 56 grain ASPIRIN, kemudian paling sedikit 12 hingga paling banyak 18 grain BIKARBONAT, dan paling sedikit 11 hingga paling banyak 14 grain KODEIN.

Namun, dikarenakan persaingan industri yang semakin meningkat, sehingga kualitas obat harus tetap dijaga, maka apoteker dari pabrik farmasi masih memungkinkan adanya penambahan sebanyak 1 grain ASPIRIN, 2 grain BIKARBONAT, 3 grain KODEIN. Namun, terkadang jika terjadi keterlambatan dalam pengiriman bahan obat flu, dan sedangkan produksi obat harus tetap dilakukan, maka apoteker dari pabrik farmasi juga memungkinkan adanya pengurangan sebanyak 1 grain ASPIRIN, 2 grain BIKARBONAT, 1 grain KODEIN.

Berdasarkan kondisi tersebut, berapakah jumlah botol obat Fluin dan obat Fluon yang harus di produksi pabrik farmasi agar biaya produksi obat yang dikeluarkan dapat seminim mungkin.

Tabel 1. Tabulasi contoh kasus persoalan FVLP

Unsur	$\tilde{x}_1$	$\tilde{x}_2$	Batas Minimal	Batas Maksimal	Jumlah pengurangan	Jumlah penambahan
	Fluin	Fluon				
ASPIRIN	8	4	8	56	1	1
BIKARBONAT	5	0	12	18	2	2
KODEIN	1	5	11	14	1	3
Harga	1.000.000	800.000				

Keterangan: $\tilde{x}_1$ adalah jumlah Fluin yang harus diproduksi.

$\tilde{x}_2$ adalah jumlah Fluon yang harus diproduksi.

Dari Tabel 1 diperoleh data dari kolom "Batas Minimal" merupakan bilangan a^L dan a^U, kolom "Jumlah Penambahan" merupakan bilangan α dan kolom "Jumlah Pengurangan" merupakan bilangan β. Jadi, jika data dari kolom-kolom tersebut dibuat menjadi bilangan *fuzzy*, maka berbentuk $\tilde{b}_1 \underset{\Re}{=} (8, 56, 1, 1)$ untuk kendala pertama, $\tilde{b}_2 \underset{\Re}{=} (12, 18, 2, 2)$ untuk kendala kedua dan $\tilde{b}_3 \underset{\Re}{=} (11, 14, 1, 3)$ untuk kendala ketiga. Dari Tabel 1 persoalan FVLP diformulasikan sebagai berikut:

Mencari $\tilde{x}_1$, $\tilde{x}_2$ yang memenuhi:

$$\begin{aligned} 8\tilde{x}_1 + 4\tilde{x}_2 &\underset{\Re}{\geq} (8,56,1,1) \\ 5\tilde{x}_1 \qquad &\underset{\Re}{\geq} (12,18,2,2) \\ \tilde{x}_1 + 5\tilde{x}_2 &\underset{\Re}{\geq} (11,14,1,3) \\ \tilde{x}_1, \tilde{x}_2 &\underset{\Re}{\geq} \tilde{0} \end{aligned} \tag{4}$$

dan meminimumkan $f \underset{\Re}{=} 1.000.000\tilde{x}_1 + 800.000\tilde{x}_2$.

Penyelesaian:

Langkah-langkah yang digunakan untuk menyelesaikan persoalan FVLP adalah sebagai berikut:

Persoalan FVLP diubah ke dalam bentuk kanonik yaitu dengan menambahkan variabel tambahan yaitu variabel surplus, sehingga Kendala (4) menjadi sebagai berikut:

Mencari $\tilde{x}_1$, $\tilde{x}_2$, $\tilde{x}_3$, $\tilde{x}_4$ dan $\tilde{x}_5$ yang memenuhi :

$$8\tilde{x}_1 + 4\tilde{x}_2 - \tilde{x}_3 \underset{\Re}{=} (8,56,1,1),$$

$$5\tilde{x}_1 - \tilde{x}_4 \underset{\Re}{=} (12,18,2,2),$$

$$\tilde{x}_1 + 5\tilde{x}_2 - \tilde{x}_5 \underset{\Re}{=} (11,14,1,3),$$

$$\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3, \tilde{x}_4, \tilde{x}_5 \underset{\Re}{\geq} \tilde{0},$$

dan meminimumkan $\tilde{f} \underset{\Re}{=} 1.000.000\tilde{x}_1 + 800.000\tilde{x}_2 + 0\tilde{x}_3 + 0\tilde{x}_4 + 0\tilde{x}_5$.

Selanjutnya disusun tabel awal dari bentuk kanonik. Dari (4) diperoleh $a_1 = [8,5,1]$, $a_2 = [4,0,5]$, $a_3 = [-1,0,0]$, $a_4 = [0,-1,0]$, $a_5 = [0,0,-1]$ dan $\tilde{b} \underset{\Re}{=} [(8,56,1,1),(12,18,2,2),(11,14,1,3)]$. Pada (4), diketahui bahwa kendala tersebut tidak memiliki matriks identitas. Oleh karena itu, pada (4) ditambah tiga kolom, yaitu, $q_1 = \mathbf{e}_1$; $q_2 = \mathbf{e}_2$; $q_3 = \mathbf{e}_3$ dan dua variabel semu yaitu $\tilde{x}_{s1}$, $\tilde{x}_{s2}$ dan $\tilde{x}_{s3}$. Nilai dari variabel semu tersebut adalah M, sehingga bentuk fungsi tujuan menjadi seperti berikut:

$\tilde{f} \underset{\Re}{=} 1.000.000\tilde{x}_1 + 800.000\tilde{x}_2 + 0\tilde{x}_3 + 0\tilde{x}_4 + 0\tilde{x}_5 + M\tilde{x}_{s1} + M\tilde{x}_{s2}$.

Kemudian disusun tabel awal sebagai berikut :

Tabel 2. Tabel Awal Simpleks *Fuzzy*

				1.000.000	800.000	0	0	0	M	M	M	
C_i	VDB	b_i	$\Re(b_i)$	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	R_i
M	a_6	$(8,56,1,1)$	32	8	4	-1	0	0	1	0	0	4
M	a_7	$(12,18,2,2)$	15	5	0	0	-1	0	0	1	0	3
M	a_8	$(11,14,1,3)$	13	1	5	0	0	-1	0	0	1	13
$z_j - c_j$			0	14M-1.000.000	9M-800.000	-M	-M	-M	0	0	0	

Matriks basis pada Tabel 2 adalah $\mathbf{D} = \mathbf{I} = (\mathbf{q}_1 = a_6, \mathbf{q}_2 = a_7, \mathbf{q}_3 = a_8)$, sehingga koefisien basis adalah $\overline{\mathbf{C}} = (M, M, M)$. Untuk menghitung nilai $z_j - c_j$ pada tabel, maka untuk setiap kolom $\mathbf{a}_j$ digunakan rumus $z_j - c_j = \overline{c_i}\mathbf{a}_j - c_j$, sedangkan untuk kolom $\tilde{\mathbf{B}} \underset{\Re}{=} b_i$ digunakan rumus $\bar{\tilde{z}} \underset{\Re}{=} \overline{c_i} b_i$, sehingga pada contoh dapat dihitung sebagai berikut:

1. untuk b_i, maka:

$$\bar{\tilde{z}} \underset{\Re}{=} M(8,56,1,1) + M(12,18,2,2) + M(11,14,1,3) \underset{\Re}{=} (31M, 88M, 4M, 6M),$$

2. untuk $j = 1$, maka $z_1 - c_1 = 8M + 5M + M - 1.000.000 = 14M - 1.000.000$,
3. untuk $j = 2$, maka $z_2 - c_2 = 9M - 800.000$,
4. untuk $j = 3,4,5,6$ digunakan rumus yang sama seperti $j = 1,2$.

Karena M adalah bilangan sangat besar, maka pada Tabel 2 terdapat dua vektor $\mathbf{a}_1$ dan $\mathbf{a}_2$ yang memiliki nilai $z_j - c_j$ positif yaitu $14M - 1.000.000$ dan $9M - 800.000$, sehingga tabel harus diperbaiki. Memperbaiki tabel berarti mengganti satu variabel basis dengan tujuan untuk mendapatkan suatu penyelesaian basis baru yang layak dan membuat nilai $\tilde{f}$ lebih meningkat. Karena pada Tabel 2 masih terdapat dua vektor yang memiliki $z_j - c_j$ positif, maka dengan aturan KUNCI I, terpilih yang terbesar yaitu $14M - 1.000.000$. Selanjutnya, $\mathbf{a_1}$ masuk menjadi basis dalam iterasi selanjutnya.

Selanjutnya, dipilih basis yang akan digantikan dengan **a₁** dengan menggunakan aturan KUNCI II. Karena semua y_{i1}> 0, maka basis yang keluar ditentukan dari nilai paling minimum pada perhitungan berikut:

untuk $r=1$, maka $\frac{\bar{\tilde{x}}_1}{y_{11}} \underset{\Re}{=} \frac{(8,56,1,1)}{8} \underset{\Re}{=} 4$;

untuk $r=2$, maka $\frac{\bar{\tilde{x}}_2}{y_{21}} \underset{\Re}{=} \frac{(12,18,2,2)}{5} \underset{\Re}{=} 3$;

untuk $r=3$, maka $\frac{\bar{\tilde{x}}_3}{y_{31}} \underset{\Re}{=} \frac{(11,14,1,3)}{1} \underset{\Re}{=} 13$.

Dari perhitungan diperoleh nilai terkecil adalah $\bar{\tilde{x}}_2 / y_{21}$, sehingga basis yang keluar dan digantikan dengan $\mathbf{a_1}$ adalah $\mathbf{q_2}$. Selanjutnya didapat y_{21} adalah titik temu antara baris dan kolom tersebut, sehingga y_{21} = 5 adalah unsur kunci. Selanjutnya, penyelesaian layak basis baru dengan membagi baris kesatu dengan unsur kunci y_{rk} = y_{21} = 5, sehingga perhitungannya adalah sebagai berikut: $y_{20} = \tilde{x}_2 \underset{\Re}{=} \frac{\tilde{y}_{20}}{y_{21}} \underset{\Re}{=} \frac{(12,18,2,2)}{5} \underset{\Re}{=} \left(\frac{12}{5}, \frac{18}{5}, \frac{2}{5}, \frac{2}{5}\right)$; $y_{21} = 1$; $y_{22} = y_{23} = y_{25} = y_{26} = y_{28} = 0$; $y_{24} = \frac{-1}{5}$; $y_{27} = \frac{1}{5}$. Selanjutnya, dengan cara yang sama disusun tabel-tabel untuk iterasi selanjutnya dan dilakukan uji keoptimalannya. Sehingga didapat tabel simpleks yang telah optimal sebagai berikut:

Tabel 3. Tabel Optimal Simpleks *Fuzzy*

				1.000.000	800.000	0	0	0	M	M	M	
C_i	VDB	b_i	$\Re(b_i)$	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	R_i
0	a_4	$\left(\frac{-188}{9}, \frac{193}{9}, \frac{157}{36}, \frac{13}{4}\right)$	0	0	0	$\frac{-25}{36}$	1	$\frac{5}{9}$	$\frac{25}{36}$	-1	$\frac{-5}{9}$	
1.000.000	a_1	$\left(\frac{-16}{9}, \frac{71}{9}, \frac{229}{180}, \frac{21}{20}\right)$	3	1	0	$\frac{-5}{36}$	0	$\frac{1}{9}$	$\frac{5}{36}$	0	$\frac{-1}{9}$	
800.000	a_2	$\left(\frac{28}{45}, \frac{142}{45}, \frac{1}{4}, \frac{25}{36}\right)$	2	0	1	$\frac{1}{36}$	0	$\frac{-10}{45}$	$\frac{-1}{36}$	0	$\frac{10}{45}$	
$z_j - c_j$			4.600.000	0	0	$\frac{-350.000}{3}$	0	$\frac{-200.000}{3}$	$\frac{350.000}{3} - M$	$-M$	$\frac{200.000}{3} - M$	

Hal ini dikarenakan Tabel 3 telah memenuhi syarat optimal yaitu $z_j - c_j \le 0$ untuk semua *j* dan dengan variabel semu $\tilde{x}_{s1}$, $\tilde{x}_{s2}$ dan $\tilde{x}_{s3}$ bernilai nol (karena bukan basis), sehingga diperoleh $\tilde{f}_{\min} \underset{\Re}{=} \bar{\tilde{f}}_{\min} \underset{\Re}{=} 4.600.000$ dan penyelesaian optimal untuk persoalan FVLP asli adalah $(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2) \underset{\Re}{=} \left(\left(\frac{-16}{9}, \frac{71}{9}, \frac{229}{180}, \frac{21}{20}\right), \left(\frac{28}{45}, \frac{142}{45}, \frac{1}{4}, \frac{25}{36}\right)\right)$.

Nilai untuk setiap batasan dari sistem persoalan FVLP adalah sebagai berikut:

1. Batasan kesatu adalah $8\tilde{x}_1 + 4\tilde{x}_2 \underset{\Re}{=} 32$
2. Batasan kedua adalah $5\tilde{x}_1 \underset{\Re}{=} 15$
3. Batasan ketiga adalah $1\tilde{x}_1 + 5\tilde{x}_2 \underset{\Re}{=} 13$

Jadi, biaya minimum yang dikeluarkan untuk memproduksi kedua jenis obat tersebut adalah sebesar Rp 4.600.000 dengan jumlah Fluin yang harus diproduksi 3 botol dan jumlah Fluon yang harus diproduksi adalah 2 botol.

DAFTAR PUSTAKA

[1]. Zadeh LA. *Fuzzy* Sets, *Information and Control*, 1965; 8:338-353.

[2]. Kusumadewi S dan Purnomo H. *Aplikasi Logika Fuzzy untuk Pendukung Keputusan*; Ed ke-2. Yogyakarta : Graha Ilmu; 2010.

[3]. Setiadji. *Himpunan & Logika Samar serta Aplikasinya*; Ed ke-1. Yogyakarta; Graha Ilmu. 2009.

[4]. Klir GJ dan Bo Yuan. *Fuzzy Sets and Fuzzy Logic (Theory and Applications)*. Toronto: ASimon & Schuster Company; 1995.

[5]. Mahdavi N, Amiri, Nasseri SH, dan Yazdani A. *Fuzzy* Primal Simplex Algorithms for Solving *Fuzzy* Linear Programming Problems. *Operations Research*. 2009; 2:68-84.

[6]. Mahdavi N, Amiri, Nasseri SH. Duality Results and a Dual Simplex Method for Linear Programming Problems with *Trapezoidal Fuzzy* Variables. *Fuzzy Sets and Systems*. 2007; 158:1961-1967.

[7]. Mulyono S. *Operations Research*. Jakarta: Fakultas Ekonomi Universitas Indonesia. 1991.

[8]. Hadley G. *Linear Programming*. London : Addison-Wesley Publishing Company; 1963.

Anastasia Tri Afriani : Jurusan Matematika, FMIPA Untan, Pontianak, maia_plum@yahoo.com
Nilamsari Kususmastuti : Jurusan Matematika, FMIPA Untan, Pontianak, uminilam@yahoo.com.
Bayu Prihandono : Jurusan Matematika, FMIPA Untan, Pontianak, bayu_prihandono@yahoo.com.