

PERBANDINGAN BEBERAPA MATRIKS PEMBOBOT DALAM SPATIAL ERROR MODEL PADA IPM PULAU KALIMANTAN TAHUN 2020

Ayu Sri Utami, Yundari, Nurfitri Imro'ah

INTISARI

Indeks Pembangunan Manusia (IPM) merupakan ukuran untuk mengamati kinerja pencapaian pembangunan suatu wilayah dalam aspek pendidikan, harapan hidup dan kelayakan hidup. IPM suatu wilayah dapat mempengaruhi IPM di wilayah lainnya. Adanya hubungan ketergantungan wilayah tersebut, maka dibentuk suatu model regresi spasial. Model regresi spasial yang digunakan yaitu Spatial Error Model (SEM). SEM merupakan model spasial yang terjadi karena terdapat pengaruh spasial pada errornya. SEM dapat memberikan pemodelan yang lebih baik dengan adanya koefisien error spasial yang menunjukkan tingkat hubungan pengaruh suatu wilayah dengan wilayah lainnya. Model spasial memerlukan gambaran struktur spasial dengan komponen penting dalam pemodelan yaitu matriks pembobot. Tujuan penelitian ini adalah untuk memodelkan IPM Pulau Kalimantan berdasarkan matriks pembobot terbaik, dan membandingkan beberapa matriks pembobot dalam pemodelan SEM. Penelitian ini menggunakan beberapa matriks pembobot yaitu Rook Contiguity, Bishop Contiguity, dan Queen Contiguity. Data yang digunakan adalah IPM sebagai variabel dependen dengan variabel independennya yaitu angka harapan hidup (X_1), harapan lama sekolah (X_2), dan pendapatan perkapita (X_3) 56 kabupaten/kota Pulau Kalimantan tahun 2020. Data dianalisis menggunakan regresi linier berganda untuk mendapatkan model dilakukan uji asumsi klasik. Selanjutnya membentuk matriks pembobot yang masing-masing dilakukan uji autokorelasi spasial, keterkaitan spasial, estimasi dan signifikansi parameter. Kemudian pemilihan model dengan matriks pembobot berdasarkan nilai AIC terkecil. Hasil penelitian diperoleh matriks pembobot Rook dan Queen memenuhi autokorelasi spasial. Kedua matriks pembobot tersebut terjadi ketergantungan spasial error, sehingga pemodelan yang digunakan yaitu SEM. Pemodelan IPM terbaik yaitu menggunakan model SEM dengan matriks pembobot Rook Contiguity berdasarkan nilai AIC terkecil yaitu 128,1008.

Kata Kunci: autokorelasi spasial, moran's indeks, rook contiguity

PENDAHULUAN

Indeks Pembangunan Manusia (IPM) merupakan ukuran yang digunakan untuk mengamati kinerja pencapaian pembangunan suatu wilayah yang luas. Pencapaian pembangunan tersebut memperhatikan kualitas penduduk di suatu wilayah dalam aspek pendidikan, harapan hidup dan kelayakan hidup. Angka IPM dipengaruhi oleh faktor-faktor yang mempengaruhinya berdasarkan potensi dan karakteristik wilayah. Angka IPM di suatu wilayah dapat mempengaruhi besarnya angka IPM di wilayah lainnya yang berdekatan. Hal tersebut diduga bahwa faktor wilayah dapat mempengaruhi serta memberikan efek ketergantungan spasial pada besarnya angka IPM [1].

Ketergantungan spasial dianalisis menggunakan regresi spasial. Regresi spasial merupakan pengembangan dari metode regresi sederhana dengan berdasarkan adanya pengaruh wilayah pada data yang dianalisis. Model ketergantungan spasial mempunyai beberapa model salah satunya yaitu *Spatial Error Model* (SEM). SEM merupakan model spasial yang terjadi karena terdapat pengaruh spasial pada errornya. Adanya koefisien error spasial tersebut menunjukkan tingkat hubungan pengaruh spasial dari suatu wilayah dengan wilayah yang lain di sekelilingnya. Pemodelan yang terbentuk mengasumsikan proses *autoregressive* hanya pada errornya. Oleh karena itu, model SEM dapat memberikan model yang lebih baik untuk pengamatan yang terdapat ketergantungan spasial [2]. Model spasial memerlukan gambaran struktur spasial dengan komponen penting dalam pemodelan yaitu matriks pembobot [1].

Matriks pembobot spasial digunakan dalam menentukan bobot suatu wilayah berdasarkan hubungan antar wilayah. Hasil analisis model regresi menghasilkan koefisien yang berbeda tergantung matriks pembobot yang digunakan. Oleh karena itu, pada suatu studi kasus diperlukan perbandingan beberapa matriks pembobot spasial untuk memperoleh pendekatan terbaik terhadap model yang dihasilkan. Terdapat beberapa pendekatan dalam mendefinisikan matriks keterkaitan spasial salah satunya yaitu berdasarkan batas wilayah (*contiguity*) [2]. Penelitian ini menggunakan matriks pembobot persinggungan batas wilayah, hal ini karena setiap kabupaten/kota antar wilayah satu dengan wilayah lainnya yang saling berhubungan di Pulau Kalimantan memiliki pengelompokan kategori IPM yang sama. Hal tersebut diduga karena adanya keterkaitan hubungan antar wilayah kabupaten/kota terhadap faktor-faktor yang mempengaruhi IPM. Penelitian ini bertujuan untuk memodelkan IPM Pulau Kalimantan dengan SEM berdasarkan matriks pembobot terbaik dan membandingkan tiga jenis matriks pembobot pada pemodelan IPM Pulau Kalimantan.

Data yang digunakan yaitu data Pulau Kalimantan tahun 2020. Data terdiri dari variabel dependen (Y) yaitu data IPM dengan variabel independennya yaitu angka harapan hidup (X_1), harapan lama sekolah (X_2), pengeluaran perkapita (X_3). Data dianalisis menggunakan regresi linier berganda untuk memperoleh model yang akan dilakukan pemeriksaan asumsi normalitas, homoskedastisitas, multikolinieritas, dan autokorelasi. Kemudian pembentukkan pembobot spasial dengan beberapa tipe matriks pembobot yaitu *Rook Contiguity*, *Bishop Contiguity*, dan *Queen Contiguity*. Mengidentifikasi efek spasial dengan menggunakan uji *Moran's I* serta dilakukan pengujian spasial *error* dengan uji *Lagrange Multiplier* (LM). Kemudian dilakukan estimasi dan signifikansi parameter SEM pada masing-masing matriks pembobot. Langkah selanjutnya dilakukan pemilihan model berdasarkan matriks pembobot berdasarkan nilai AIC terkecil sehingga didapat pemodelan IPM dengan matriks pembobot terbaik.

ANALISIS REGRESI LINIER BERGANDA

Analisis regresi linier berganda adalah analisis untuk mengetahui hubungan variabel dependen dengan dua atau lebih variabel independen secara linier. Persamaan regresi linier berganda sebagai berikut [3]:

$$Y_i = \beta_0 + \sum_{k=1}^p \beta_k X_{ik} + \varepsilon_i \quad (1)$$

dengan Y_i adalah variabel dependen untuk pengamatan ke- i , X_{ik} adalah variabel independen ke- k untuk pengamatan ke- i , β_k adalah parameter koefisien regresi, dengan ε_i adalah *error* pada pengamatan ke- i .

ANALISIS REGRESI SPASIAL

Analisis regresi spasial adalah analisis yang menguji hubungan antara satu variabel dengan variabel lainnya dengan adanya efek spasial pada beberapa wilayah pusat pengamatan. Secara umum model regresi spasial sebagai berikut [1]:

$$\mathbf{y} = \rho \mathbf{W} \mathbf{y} + \mathbf{X} \boldsymbol{\beta} + \mathbf{u} \quad (2)$$

dengan

$$\mathbf{u} = \lambda \mathbf{W} \mathbf{u} + \boldsymbol{\varepsilon}; \quad \boldsymbol{\varepsilon} \sim N(0, \sigma^2 \mathbf{I}) \quad (3)$$

dengan \mathbf{y} adalah vektor variabel dependen ($n \times 1$), \mathbf{X} adalah matriks variabel independen ($n \times (k + 1)$), $\boldsymbol{\beta}$ adalah vektor koefisien parameter regresi ($n \times (k + 1)$), \mathbf{u} adalah vektor *error* mengandung autokorelasi ($n \times 1$), $\boldsymbol{\varepsilon}$ merupakan vektor *error* yang bebas autokorelasi ($n \times 1$), ρ adalah parameter koefisien spasial *lag* variabel dependen, λ adalah parameter koefisien spasial *lag* pada *error*.

σ^2 adalah konstanta varians, \mathbf{W} adalah matriks pembobot spasial ($n \times n$), \mathbf{I} adalah matriks identitas ($n \times n$), k adalah jumlah variabel independen. Pada analisis regresi spasial diperlukan suatu matriks pembobot. Matriks pembobot persinggungan (*contiguity*) adalah bagian terpenting dalam pemodelan data spasial. Matriks pembobot *contiguity* terdiri dari beberapa tipe yaitu [4].

1. *Rook Contiguity* yaitu suatu unit spasial atau wilayah tertentu dikatakan tetangga dari wilayah yang lain jika wilayah bagi keduanya bersinggungan sisi.
2. *Bishop Contiguity* yaitu suatu unit spasial atau wilayah tertentu dikatakan tetangga dari wilayah yang lain jika wilayah bagi keduanya bersinggungan sudut.
3. *Queen Contiguity* yaitu suatu wilayah dikatakan tetangga dari wilayah yang lain jika wilayah bagi keduanya bersinggungan sisi dan sudut.

Untuk matriks pembobot yang terbentuk dilakukan pengujian efek spasial. Efek spasial adalah pengujian yang dilakukan untuk mengetahui adanya pengaruh spasial antar pengamatan satu dengan pengamatan lainnya [1]. Efek spasial dilakukan untuk mengetahui autokorelasi spasial dengan menggunakan uji *Moran's I*. Statistik uji *Moran's I* yang digunakan yaitu sebagai berikut [5]:

$$Z(I) = \frac{I - E(I)}{\sqrt{\text{Var}(I)}} \quad (4)$$

Rumus perhitungan uji *Moran's I* adalah:

$$I = \frac{n \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij} (x_i - \bar{x})(x_j - \bar{x})}{S_0 \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (5)$$

dengan

$$E(I) = -\frac{1}{n-1} \quad (6)$$

$$\text{Var}(I) = \frac{n^2 S_1 - n S_2 + 3 S_0^2}{(n^2 - 1) S_0^2} - [E(I)]^2 \quad (7)$$

dimana:

$$S_0 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij}, \quad S_1 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (w_{ij} + w_{ji})^2, \quad S_2 = \sum_{i=1}^n \left(\sum_{j=1}^n w_{ij} + \sum_{j=1}^n w_{ji} \right)^2$$

dengan I adalah *Moran's I*, $\text{Var}(I)$ adalah Varians *Moran's I*, $E(I)$ adalah *Expected value Moran's I*. Kriteria uji yang digunakan yaitu H_0 ditolak jika $p\text{-value} < \alpha(0,05)$. Artinya wilayah ke- i terdapat adanya autokorelasi spasial.

Pada pengujian efek spasial jika pada hasil pengujian terdapat autokorelasi spasial maka langkah selanjutnya adalah melakukan uji keterkaitan spasial untuk menentukan model spasial. Uji keterkaitan spasial adalah uji yang digunakan untuk mengetahui model pengaruh spasial yang dilakukan menggunakan uji *Lagrange Multiplier* (LM). Berikut statistik uji LM pada pemodelan spasial *error* adalah sebagai berikut [1]:

$$LM_{error} = \frac{\left(\frac{\boldsymbol{\varepsilon}^t \mathbf{W} \boldsymbol{\varepsilon}}{\sigma^2} \right)^2}{T} \quad (8)$$

dimana:

$$T = \text{tr}[(\mathbf{W}^t + \mathbf{W})\mathbf{W}]$$

dengan $\boldsymbol{\varepsilon}$ adalah vektor *error*, \mathbf{W} adalah matriks pembobot spasial ($n \times n$) dan σ^2 adalah ragam *error*. Kriteria uji yang digunakan yaitu H_0 ditolak jika $p\text{-value} < \alpha(0,05)$ artinya model yang sesuai digunakan yaitu SEM.

SPATIAL ERROR MODEL

Spatial Error Model (SEM) merupakan model regresi spasial dimana terdapat hubungan spasial antar *error*. Model *error* spasial sebagai berikut [1]:

$$y = X\beta + u \tag{9}$$

dengan

$$u = \lambda W u + \varepsilon; \varepsilon \sim N(0, \sigma^2 I) \tag{10}$$

Estimasi parameter dilakukan dengan menggunakan metode Maksimum Likelihood (MLE). Pendugaan untuk β adalah sebagai berikut [6]:

$$\hat{\beta} = [X^t(I - \lambda W)^t(I - \lambda W)X]^{-1}[X^t(I - \lambda W)^t(I - \lambda W)y] \tag{11}$$

Pendugaan untuk σ^2 adalah sebagai berikut:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} e^t (I - \lambda W)^t (I - \lambda W) e \tag{12}$$

dengan

$$e = y - X\beta$$

Pendugaan MLE untuk $\hat{\beta}$ dan $\hat{\sigma}^2$ merupakan fungsi parameter autoregresif λ . Pendugaan untuk λ didapat dengan memaksimumkan:

$$\ln L_c(\lambda) = C - \left(\frac{n}{2}\right) \ln \left(\frac{1}{n} e^t (I - \lambda W)^t (I - \lambda W) e\right) + \ln |I - \lambda W| \tag{13}$$

Vektor e pada L_c secara tidak langsung bergantung pada λ yaitu memerlukan nilai λ pada perhitungan $\hat{\beta}$. Sehingga iterasi untuk kedua parameter β dan λ akan terus diperbarui secara bergantian. Untuk menduga parameter λ maka diperlukan suatu iterasi numerik dalam memaksimalkan $\ln L_c$ tersebut.

Berdasarkan beberapa model yang diperoleh akan dilakukan pemilihan model terbaik. Kriteria dalam pemilihan model dilakukan dengan *Akaike's Information Criterion* (AIC). Jika nilai AIC lebih kecil, maka model tersebut dapat dikatakan lebih baik. Rumus AIC sebagai berikut [7]:

$$AIC = -2l + 2p \tag{14}$$

dengan l adalah Log likelihood, p adalah banyaknya parameter.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Penelitian ini menggunakan data sekunder yang diperoleh dari Badan Pusat Statistik. Data yang digunakan yaitu data wilayah Pulau Kalimantan pada tahun 2020. Berikut peta Pulau Kalimantan ditampilkan pada Gambar 1.



Gambar 1. Peta Wilayah Pulau Kalimantan

Gambar 1 menginformasikan letak geografis dan nama dari 56 kabupaten /kota di Pulau Kalimantan yang terdiri dari lima provinsi yaitu Kalimantan Barat, Kalimantan Timur, Kalimantan Tengah, Kalimantan Selatan, dan Kalimantan Utara. Berikut penyajian statistik deskriptif data pada Tabel 1.

Tabel 1. Statistik Deskriptif

Variabel	N	Minimum	Maksimum	Rata-rata
Y	56	62,68	80,77	70,41
X ₁	56	63,83	74,49	70,63
X ₂	56	11,16	15	12,72
X ₃	56	6804	16278	1061

Berdasarkan Tabel 1 rata-rata IPM pulau Kalimantan sebesar 70,41, dimana IPM terendah yaitu 62,68 di Kabupaten Kayong Utara, Kalimantan Barat. Rendahnya IPM di Kayong Utara dibandingkan kabupaten/kota lainnya disebabkan karena faktor pendidikan, kesehatan serta ekonomi yang belum sejahtera. Sedangkan untuk IPM tertinggi yaitu sebesar 80,77 di Kota Palangkaraya, Kalimantan Tengah. Angka IPM yang cukup tinggi ini dapat dikatakan kesejahteraan masyarakat Kota Palangkaraya dalam aspek pendidikan, kesehatan, dan ekonomi sudah berjalan sehingga berdampak pada peningkatan angka IPM.

Pemodelan regresi linier berganda

Sebelum melakukan pemodelan regresi spasial, terlebih dahulu dilakukan pemodelan regresi linier berganda. Berikut pembentukan model regresi berdasarkan nilai koefisien pada Tabel 2.

Tabel 2. Nilai Koefisien Variabel

Variabel	t-value	p-value	Koefisien
Y	-1,415	0,163	-4,803
X ₁	10,674	$1,04 \times 10^{-14}$	$5,542 \times 10^{-1}$
X ₂	9,959	$1,20 \times 10^{-13}$	1,779
X ₃	18,885	2×10^{-16}	$1,267 \times 10^{-3}$

Berdasarkan Tabel 2 terbentuk model regresi sebagai berikut:

$$\hat{Y} = -4,803 + (5,542 \times 10^{-1})X_1 + 1,779X_2 + (1,267 \times 10^{-3})X_3 \quad (15)$$

Pengujian secara simultan dilakukan untuk menguji signifikansi parameter dalam suatu model regresi secara bersamaan. Hasil pengujian secara simultan didapat *p-value* ($2,2 \times 10^{-16}$) lebih kecil dibandingkan nilai α (0,05), artinya variabel independen secara simultan mempengaruhi IPM di Pulau Kalimantan. Sedangkan pengujian secara parsial dilakukan untuk menguji signifikansi parameter dalam suatu model regresi secara satu per satu. Hasil pengujian secara parsial berdasarkan Tabel 2 variabel X₁, X₂, dan X₃ mempunyai nilai *p-value* < 0,05, artinya angka harapan hidup (X₁), harapan lama sekolah (X₂), dan pengeluaran perkapita (X₃) berpengaruh signifikan terhadap IPM di Pulau Kalimantan.

Uji asumsi klasik

Model regresi linier pada Persamaan (15) selanjutnya dilakukan uji asumsi klasik. Asumsi-asumsi yang harus dipenuhi dalam analisis regresi yaitu normalitas, homoskedastisitas, non-multikolinieritas, dan non-autokorelasi.

1. Normalitas

Pengujian asumsi normalitas *error* dilakukan dengan menggunakan uji *Jarque-Bera*. Hipotesis yang diuji yaitu H_0 adalah *error* berdistribusi normal dan H_1 adalah *error* tidak berdistribusi normal. Hasil pengujian normalitas menggunakan uji *Jarque-Bera* dengan nilai *p-value* sebesar 0,8259 lebih besar dari nilai α (0,05). Sehingga dapat disimpulkan *error* berdistribusi normal.

2. Heterokedastisitas

Pengujian asumsi heteroskedastisitas dilakukan menggunakan uji *Breusch-Pagan*.

Hipotesis yang diuji yaitu H_0 adalah varians *error* bersifat homogen dan H_1 adalah varians *error* bersifat heterogen. Hasil pengujian menggunakan *Breusch-Pagan* dengan nilai *p-value* sebesar 0,3328 lebih besar dari nilai α (0,05) artinya dapat disimpulkan bahwa varians *error* bersifat homogen.

3. Multikolinieritas

Pengujian multikolinieritas dengan melihat nilai *Variance Inflation Factor* (VIF). Hipotesis yang diuji yaitu H_0 adalah tidak terjadi multikolinieritas antar variabel independen dan H_1 adalah terjadi multikolinieritas antar variabel independen. Nilai VIF untuk masing-masing variabel disajikan pada Tabel 3 sebagai berikut.

Tabel 3. Uji Asumsi Multikolinieritas

Variabel	VIF
X_1	1,2005
X_2	1,7966
X_3	1,5717

Berdasarkan Tabel 3 dapat diketahui bahwa masing-masing nilai VIF dari variabel independen ($X_1, X_2,$ dan X_3) < 10 . Maka dapat disimpulkan bahwa tidak terdapat multikolinieritas dalam model regresi.

4. Autokorelasi

Pengujian autokorelasi menggunakan uji *Durbin-Watson*. Hipotesis yang diuji yaitu H_0 adalah tidak terdapat autokorelasi antar *error* dan H_1 adalah terdapat autokorelasi antar *error*. Hasil pengujian autokorelasi nilai *Durbin Watson* (0,6756) $< dL$ (1,4581) maka didapat keputusan tolak H_0 . Sehingga dapat disimpulkan bahwa terdapat autokorelasi antar *error*. Karena terdapat autokorelasi antar *error* model, maka dilakukan pengujian efek spasial dengan membentuk matriks pembobot spasial terlebih dahulu.

Pembentukan matriks pembobot spasial

Pembentukan matriks pembobot spasial terbagi menjadi dua langkah. Langkah pertama diperoleh matriks pembobot berdasarkan perhitungan yaitu W . Untuk elemen yang bernilai 1 jika wilayah i dan j bersinggungan, sedangkan elemen yang bernilai 0 jika wilayah i dan j tidak saling bersinggungan. Selanjutnya matriks pembobot W distandarisasi dengan cara membagi nilai matriks pada baris ke- i kolom ke- j dengan Jumlah nilai matriks pada baris ke- i . Matriks yang sudah terstandarisasi disimbolkan dengan W^* . Hasil pembobotan matriks diperoleh sebagai berikut.

1. Matriks Pembobot *Rook Contiguity*

Matriks pembobot spasial pertama adalah *Rook Contiguity* yang didasarkan pada persinggungan sisi. Hasil pembobotan dari 56 kabupaten/kota di Pulau Kalimantan berdasarkan *Rook Contiguity* sebagai berikut:

$$W = \begin{bmatrix} w_{1;1} & w_{1;2} & \dots & w_{1;30} & \dots & w_{1;56} \\ w_{2;1} & w_{2;2} & \dots & w_{2;30} & \dots & w_{2;56} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ w_{28;1} & w_{28;2} & \dots & w_{28;30} & \dots & w_{28;56} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{56;1} & w_{56;2} & \dots & w_{56;30} & \dots & w_{56;56} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

Matriks pembobot *Rook Contiguity* distandarisasi dengan hasil sebagai berikut:

$$W^* = \begin{bmatrix} w_{1,1}/w_1 & w_{1,2}/w_1 & \dots & w_{1,30}/w_1 & \dots & w_{1,56}/w_1 \\ w_{2,1}/w_2 & w_{2,2}/w_2 & \dots & w_{2,30}/w_2 & \dots & w_{2,56}/w_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ w_{28,1}/w_{28} & w_{28,2}/w_{28} & \dots & w_{28,30}/w_{28} & \dots & w_{28,56}/w_{28} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{56,1}/w_{56} & w_{56,2}/w_{56} & \dots & w_{56,30}/w_{56} & \dots & w_{56,56}/w_{56} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0,5 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0,2 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0,125 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

2. Matriks Pembobot *Bishop Contiguity*

Matriks pembobot spasial *Bishop Contiguity* yang didasarkan pada persinggungan sudut saja. Hasil pembobotan dari 56 kabupaten/kota di Pulau Kalimantan berdasarkan *Bishop Contiguity* sebagai berikut:

$$W = \begin{bmatrix} w_{1,1} & w_{1,2} & \dots & w_{1,30} & \dots & w_{1,56} \\ w_{2,1} & w_{2,2} & \dots & w_{2,30} & \dots & w_{2,56} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ w_{28,1} & w_{28,2} & \dots & w_{28,30} & \dots & w_{28,56} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{56,1} & w_{56,2} & \dots & w_{56,30} & \dots & w_{56,56} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

Matriks *Bishop Contiguity* yang terbentuk tidak dapat distandarisasi karena tidak memenuhi sifat matriks bobot yaitu jumlah barisnya 1. Hal ini disebabkan banyak elemen pada matriks *Bishop Contiguity* bernilai 0. Sehingga matriks pembobot *Bishop Contiguity* tidak dapat dilakukan uji autokorelasi spasial.

3. Matriks Pembobot *Queen Contiguity*

Matriks pembobot spasial *Queen Contiguity* yang didasarkan pada persinggungan sisi dan sudut. Matriks ini merupakan gabungan dari matriks *Rook Contiguity* dan *Bishop Contiguity*. Hasil pembobotan 56 kabupaten/kota di Pulau Kalimantan berdasarkan *Queen Contiguity* sebagai berikut:

$$W = \begin{bmatrix} w_{1,1} & w_{1,2} & \dots & w_{1,30} & \dots & w_{1,56} \\ w_{2,1} & w_{2,2} & \dots & w_{2,30} & \dots & w_{2,56} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ w_{28,1} & w_{28,2} & \dots & w_{28,30} & \dots & w_{28,56} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{56,1} & w_{56,2} & \dots & w_{56,30} & \dots & w_{56,56} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

Matriks pembobot *Rook Contiguity* distandarisasi dengan hasil sebagai berikut:

$$W^* = \begin{bmatrix} w_{1,1}/w_1 & w_{1,2}/w_1 & \dots & w_{1,30}/w_1 & \dots & w_{1,56}/w_1 \\ w_{2,1}/w_2 & w_{2,2}/w_2 & \dots & w_{2,30}/w_2 & \dots & w_{2,56}/w_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ w_{28,1}/w_{28} & w_{28,2}/w_{28} & \dots & w_{28,30}/w_{28} & \dots & w_{28,56}/w_{28} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{56,1}/w_{56} & w_{56,2}/w_{56} & \dots & w_{56,30}/w_{56} & \dots & w_{56,56}/w_{56} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0,5 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0,2 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0,125 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

Pengujian efek spasial dan keterkaitan spasial

Pengujian efek spasial bertujuan untuk mengetahui apakah terdapat keterkaitan wilayah pada data menggunakan uji *Moran's I*. Hipotesis yang diuji yaitu H_0 adalah tidak terdapat autokorelasi spasial dan H_1 adalah terdapat autokorelasi spasial. Berikut hasil pengujian *Moran's I* yang disajikan pada Tabel 4.

Tabel 4. Uji Autokorelasi Spasial

Pembobot	<i>p-value</i>
<i>Rook</i>	$1,356 \times 10^{-10}$
<i>Queen</i>	$4,385 \times 10^{-10}$

Berdasarkan Tabel 4 nilai *p-value* dari pembobot *Queen* dan *Rook* $< 0,05$, hal ini menunjukkan adanya autokorelasi spasial, sehingga pemodelan regresi spasial dengan pembobot *Queen* dan *Rook* dapat dilanjutkan. Setelah dilakukan pengujian efek spasial maka dilakukan pengujian keterkaitan spasial bertujuan untuk mengetahui model spasial yang sesuai. Pengujian dilakukan dengan uji *Lagrange Multiplier* (LM). Hipotesis yang diuji yaitu H_0 adalah tidak ada keterkaitan spasial *error* dan H_1 adalah ada keterkaitan spasial *error*. Berikut hasil uji LM yang disajikan pada Tabel 5.

Tabel 5. Uji LM

Matriks Pembobot	<i>p-value</i>
<i>Rook</i>	$4,723 \times 10^{-7}$
<i>Queen</i>	$1,352 \times 10^{-8}$

Berdasarkan Tabel 5 nilai *p-value* dari pembobot *Queen* dan *Rook* $< \alpha$ (0,05) maka dapat disimpulkan bahwa terdapat autokorelasi spasial *error*. Sehingga dapat dilakukan pemodelan regresi spasial dengan SEM pada pembobot *Queen* dan *Rook*.

Estimasi dan signifikansi parameter SEM

1. SEM dengan Pembobot *Rook Contiguity*

Hasil estimasi parameter SEM dengan pembobot *Rook* disajikan pada Tabel 6 berikut.

Tabel 6. SEM dengan Pembobot *Rook*

Variabel	Koefisien	<i>z-value</i>	<i>p-value</i>
<i>Y</i>	-3,6546	-1,1372	0,2555
X_1	$5,5732 \times 10^{-1}$	11,6887	$< 2 \times 10^{-16}$
X_2	1,6807	11,8865	$< 2 \times 10^{-16}$
X_3	$1,2521 \times 10^{-3}$	21,6133	$< 2 \times 10^{-16}$
λ	0,5825	4,8342	$1,3366 \times 10^{-6}$

Berdasarkan Tabel 6 nilai *p-value* semua variabel independen lebih kecil dari nilai $\alpha(0,05)$, artinya variabel angka harapan hidup, harapan lama sekolah, dan pengeluaran perkapita berpengaruh signifikan terhadap IPM. Persamaan regresi SEM dengan pembobot *Rook* yang terbentuk adalah sebagai berikut.

$$\hat{Y}_i = -3,6546 + (5,5732 \times 10^{-1})X_{1i} + (1,6807) X_{2i} + (1,2521 \times 10^{-3})X_{3i} + u_i \quad (16)$$

dengan:

$$u_i = 0,5825 \sum_{j=1, i \neq j}^{56} w_{ij} u_j + \varepsilon_i$$

Berdasarkan model pada Persamaan (16) angka harapan hidup berpengaruh signifikan dan memiliki hubungan yang positif terhadap IPM dengan nilai koefisien sebesar $5,5732 \times 10^{-1}$. Variabel harapan lama sekolah juga berpengaruh signifikan dan memiliki hubungan yang positif terhadap IPM, sehingga apabila faktor lain dianggap konstan, dan nilai harapan lama sekolah di suatu kabupaten/kota naik sebesar 1 satuan maka IPM akan mengalami kenaikan sebesar 1,6807. Sedangkan jika pengeluaran perkapita pertahun di suatu kabupaten/kota mengalami kenaikan seribu rupiah dan faktor lain dianggap konstan, maka IPM juga akan mengalami kenaikan sebesar $1,2521 \times 10^{-3}$ satuan. Berdasarkan model spasial *error* yang telah terbentuk, koefisien lamda (λ) bertanda positif dan signifikan sebesar 0,5825. Artinya adanya keterkaitan IPM antar wilayah dan pengaruh *error* spasial dari wilayah ke-*j* tetangga

dari wilayah ke- i akan meningkatkan IPM pada wilayah ke- i sebesar 0,5825.

2. SEM dengan Pembobot *Queen Contiguity*

Hasil estimasi parameter SEM dengan pembobot *Queen* disajikan pada Tabel 7 berikut.

Tabel 7. SEM dengan Pembobot *Queen*

Variabel	Koefisien	z -value	p -value
Y	-4,1998	-1,3039	0,1923
X_1	$5,6068 \times 10^{-1}$	11,6671	$< 2 \times 10^{-16}$
X_2	1,7203	12,0832	$< 2 \times 10^{-16}$
X_3	$1,2325 \times 10^{-3}$	21,1797	$< 2 \times 10^{-16}$
λ	0,5775	4,6573	$3,2039 \times 10^{-6}$

Berdasarkan Tabel 7 nilai p -value semua variabel independen lebih kecil dari nilai $\alpha(0,05)$, artinya variabel angka harapan hidup, harapan lama sekolah, dan pengeluaran perkapita berpengaruh signifikan terhadap IPM. Persamaan regresi SEM dengan pembobot *Queen* yang terbentuk adalah sebagai berikut:

$$\hat{Y}_i = -4,1998 + (5,6068 \times 10^{-1})X_{1i} + (1,7203) X_{2i} + (1,2325 \times 10^{-3})X_{3i} + u_i \quad (17)$$

dengan:

$$u_i = 0,5775 \sum_{j=1, i \neq j}^{56} w_{ij} u_j + \varepsilon_i$$

Berdasarkan model pada Persamaan (17) angka harapan hidup berpengaruh signifikan dan memiliki hubungan yang positif terhadap IPM dengan nilai koefisien sebesar $5,6068 \times 10^{-1}$. Variabel harapan lama sekolah juga memiliki hubungan yang positif terhadap IPM, sehingga apabila faktor lain dianggap konstan, dan nilai harapan lama sekolah di kabupaten/kota naik sebesar 1 satuan maka IPM akan mengalami kenaikan sebesar 1,7203 satuan. Sedangkan jika pengeluaran perkapita pertahun di suatu kabupaten/kota mengalami kenaikan seribu rupiah dan faktor lain dianggap konstan, maka IPM juga akan mengalami kenaikan sebesar $1,2325 \times 10^{-3}$ satuan. Berdasarkan model spasial *error* yang telah terbentuk, koefisien lamda (λ) bertanda positif dan signifikan yaitu sebesar 0,5775. Artinya adanya keterkaitan IPM antar wilayah dan pengaruh *error* spasial dari wilayah ke- j yang merupakan tetangga dari wilayah ke- i akan meningkatkan IPM pada wilayah ke- i sebesar 0,5775.

Berdasarkan model yang diperoleh pada Persamaan (16) dan (17) dilakukan pemilihan model terbaik dengan kriteria pemilihan model yang dilakukan dengan AIC. Berikut nilai AIC dari setiap model disajikan pada Tabel 8.

Tabel 8. Nilai AIC

Variabel	AIC
SEM dengan pembobot <i>Rook</i>	128,1008
SEM dengan pembobot <i>Queen</i>	129,6767

Berdasarkan Tabel 8 diketahui bahwa model SEM dengan pembobot *Rook* merupakan model terbaik karena nilai AIC terkecil, yaitu sebesar 128,1008. Sehingga matriks pembobot terbaik untuk pemodelan IPM Pulau Kalimantan yaitu model SEM dengan matriks pembobot *Rook Contiguity*.

KESIMPULAN

Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan diperoleh kesimpulan bahwa pemodelan IPM Pulau Kalimantan tahun 2020 dengan SEM berdasarkan matriks pembobot terbaik yaitu sebagai berikut:

$$\hat{Y}_i = -3,6546 + (5,5732 \times 10^{-1})X_{1i} + (1,6807) X_{2i} + (1,2521 \times 10^{-3})X_{3i} + u_i$$

dengan:

$$u_i = 0,5825 \sum_{j=1, i \neq j}^{56} w_{ij} u_j + \varepsilon_i$$

Matriks pembobot terbaik dalam memodelkan IPM Pulau Kalimantan tahun 2020 adalah matriks *Rook Contiguity*.

DAFTAR PUSTAKA

- [1]. Novitasari D, Khikmah L. Penerapan Model Regresi Spasial pada Indeks Pembangunan Manusia (IPM) di Jawa Tengah. *Statistik*. 2019; 19: 123–134.
- [2]. Arif A, Tiro MA, Nusrang M. Perbandingan Matriks Pembobot Spasial Optimum dalam *Spatial Error Model* (SEM) (Kasus: Indeks Pembangunan Manusia Kabupaten/ Kota di Provinsi Sulawesi Selatan Tahun 2015). *Journal of Statistics and its Application on Teaching and Research*. 2019; 1: 66–67.
- [3]. Nanda DA, Suparti Hoyyi A. Analisis Pengaruh Jumlah Uang Beredar dan Nilai Tukar Rupiah Terhadap Indeks Harga Saham Gabungan Pemodelan Regresi Semiparametrik Kernel. *Jurnal Gaussian*. 2016; 3:373–382.
- [4]. Fitriani R, Efendi A. *Ekonometrika Spasial Terapan dengan R*. Semarang: UB Press; 2019.
- [5]. Kurniadi A, Sukitno. Analisis Spasial Persebaran dan Pemetaan Kerawanan Kejadian Kasus Demam Berdarah Dengue di Kabupaten Lumajang dengan Spatial Pattern Analysis dan Flexibly Shaped Spatial Scan Statistic. *Jurnal Sains dan Seni ITS*. 2018; 7(2): 2337-3520.
- [6]. Djuraidah A. *Monograph Penerapan dan Pengembangan Regresi Spasial dengan Studi Kasus pada Kesehatan, Sosial, dan Ekonomi*. Bogor: PT Penerbit IPB Press; 2020.
- [7]. Wasono R, Karim A, Darsyah MY, Suwardi. Perancangan Program Bantuan Operasional Sekolah (BOS) di Provinsi Jawa Tengah Berbasis Model Spatial Autoregressive (SAR) dan Spatial Error Model (SEM) tahun 2012. *Seminar Nasional Edusaintek*. 2018; 1–4.

AYU SRI UTAMI : Jurusan Matematika FMIPA Untan, Pontianak,
ayusriutami@student.untan.ac.id

YUNDARI : Jurusan Matematika FMIPA Untan, Pontianak,
yundari@math.untan.ac.id

NURFITRI IMRO'AH : Jurusan Matematika FMIPA Untan, Pontianak,
nurfitriimroah@math.untan.ac.id
