

ANALISIS BIPLLOT DAN PROCRUSTES PADA INDIKATOR INDEKS PEMBANGUNAN MANUSIA DI KALIMANTAN BARAT

Reni Kurniawati, Setyo Wira Rizki, Hendra Perdana

INTISARI

Indeks pembangunan manusia menjadi tolok ukur pencapaian pembangunan manusia yang lebih berkualitas. Tiga dimensi dasar IPM yaitu meliputi pengetahuan, standar hidup layak, serta umur panjang dan hidup yang sehat. Penelitian ini bertujuan untuk memetakan wilayah kabupaten/kota dan indikator indeks pembangunan manusia ke dalam sebuah grafik menggunakan analisis biplot. Serta menentukan kemiripan dan besar perubahan konfigurasi geometris grafik biplot pada tahun 2019 dan 2020. Kemiripan dan besar perubahan hasil pemetaan kedua grafik dilihat dengan menggunakan analisis procrustes. Hasil analisa grafik biplot menunjukkan bahwa indikator dengan keberagaman tertinggi yaitu pada angka harapan hidup. Kota Pontianak dan Kota Singkawang merupakan wilayah dengan indikator IPM relatif tinggi dibandingkan wilayah lainnya. Berdasarkan analisis procrustes menunjukkan bahwa tingkat kemiripan hasil pemetaan grafik biplot yaitu sebesar 99,9% dengan besar perubahan konfigurasi sebesar 0,01%. Dengan kata lain, nilai indikator indeks pembangunan manusia secara multivariat di Kalimantan Barat pada tahun 2019 dan 2020 sangat mirip dan pola perubahan yang terjadi sangat kecil.

Kata Kunci : *Biplot, procrustes, indeks pembangunan manusia (IPM)*

PENDAHULUAN

Tolok ukur pencapaian pembangunan manusia yang lebih berkualitas dapat dilihat melalui indeks pembangunan manusia. Tiga dimensi yang mendasari IPM yaitu meliputi standar hidup layak (*desent standart of living*), pengetahuan (*knowledge*), umur panjang dan hidup yang sehat (*a long and healthy life*) [1]. Tingkat pembangunan manusia yang tinggi berpengaruh pada pertumbuhan ekonomi yang ditandai dengan kemampuan penduduk dalam menyerap dan mengelola sarana penting untuk mencapai pertumbuhan ekonomi tersebut [2]. Tujuan akhir suatu pembangunan yaitu untuk kesejahteraan rakyat, maka diperlukan kerja sama dari masyarakat dan pemerintah agar dapat memberikan kontribusi yang bermanfaat untuk kemajuan wilayah.

Indeks pembangunan manusia Provinsi Kalimantan Barat pada tahun 2020 berada di urutan 30 dari 34 provinsi yang ada di Indonesia. Penelitian ini menggunakan dua periode indikator indeks pembangunan manusia yaitu pada tahun 2019 dan 2020. Visualisasi data objek dan peubah pada pembangunan manusia dipetakan melalui analisis biplot. Biplot merupakan analisis yang menggambarkan data-data objek dan peubah secara bersamaan kedalam grafik berdimensi dua. Grafik yang dihasilkan dari biplot ini adalah grafik yang berbentuk bidang datar. Melalui grafik tersebut, dapat dianalisis lebih lanjut mengenai keragaman peubah, korelasi peubah, kedekatan antar objek beserta nilai peubah pada suatu objek.

Besar kemiripan dan perubahan hasil visualisasi grafik biplot indikator pada tahun 2019 dibandingkan dengan grafik biplot tahun 2020 dengan analisis *procrustes*. Analisis ini adalah teknik analisis statistika yang bisa menelaah perbandingan numerik antara dua konfigurasi dengan menggunakan proses transformasi dari salah satu konfigurasi terhadap konfigurasi yang lainnya sehingga menghasilkan suatu ukuran yang sesuai [3]. Kata konfigurasi dapat diartikan sebagai bentuk atau susunan, dalam penelitian ini berupa susunan suatu matriks yang berisi koordinat yang digambarkan pada grafik biplot.

ANALISIS BILOT

Analisis biplot adalah suatu metode analisis peubah ganda, penjelasan suatu informasi matriks data yang berukuran $n \times p$ disajikan pada sebuah grafik [3]. Informasi yang diberikan oleh biplot mencakup objek amatan dan peubah secara simultan dalam ruang bidang berdimensi dua. Biplot dianggap cukup mewakili dari karakteristik populasi yang ada, jika mampu memberikan informasi sebesar 70% dari seluruh informasi.

Penguraian nilai singular matriks \mathbf{X} yang berisi data berukuran $n \times p$ yang dikoreksi terhadap rata-ratanya dan berpangkat r maka \mathbf{X} dapat dituliskan menjadi [4]:

$$\mathbf{X} = \mathbf{U}\mathbf{L}\mathbf{A}^T \quad (1)$$

Matriks \mathbf{L} merupakan matriks diagonal yang berisi akar dari nilai eigen $\mathbf{X}^T\mathbf{X}$. Matriks \mathbf{A} merupakan vektor eigen dari $\mathbf{X}^T\mathbf{X}$ dengan \mathbf{a}_i adalah kolom matriks \mathbf{A} . Matriks \mathbf{U} diperoleh dari $\mathbf{u}_i = \frac{\mathbf{X}\mathbf{a}_i}{\sqrt{\lambda_i}}$,

$i = 1, 2, \dots, r$ dengan \mathbf{u}_i adalah kolom matriks \mathbf{U} dan λ_i adalah nilai eigen ke- i .

Misalkan $\mathbf{G} = \mathbf{U}\mathbf{L}^\alpha$ dan $\mathbf{H}^T = \mathbf{L}^{1-\alpha}\mathbf{A}^T$ dengan α besarnya $0 \leq \alpha \leq 1$ maka didapatkan persamaan sebagai berikut [5].

$$\mathbf{X} = \mathbf{U}\mathbf{L}\mathbf{A}^T = \mathbf{U}\mathbf{L}^\alpha\mathbf{L}^{1-\alpha}\mathbf{A}^T = \mathbf{G}\mathbf{H}^T$$

Pemilihan nilai α pada matriks \mathbf{G} dan \mathbf{H} bersifat sembarang yang digunakan untuk mendeskripsikan biplot [5]. Apabila nilai $\alpha = 0$ maka diperoleh $\mathbf{G} = \mathbf{U}\mathbf{L}^0$ dan $\mathbf{H}^T = \mathbf{L}^1\mathbf{A}^T$ sehingga menjadi $\mathbf{G} = \mathbf{U}$ dan $\mathbf{H}^T = \mathbf{L}\mathbf{A}^T$ yang disebut dengan *column metric preserving* yang digunakan untuk mengetahui keragaman peubah dan korelasi antar peubah. Sedangkan apabila $\alpha = 1$ disebut *row metric preserving* (RMP) didapat $\mathbf{G} = \mathbf{U}\mathbf{L}$ dan $\mathbf{H} = \mathbf{A}$ digunakan untuk menduga jarak *euclidean* secara optimal.

Kesesuaian dari biplot (*goodness of fit*) dapat diperoleh melalui pemeriksaan dua nilai eigen pertama yakni λ_1 dan λ_2 dirumuskan sebagai berikut:

$$\rho^2 = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{\sum_{i=1}^r \lambda_i}$$

dengan $\lambda_i, i = 1, 2, \dots, r$ adalah nilai eigen terbesar ke- i . Biplot dapat dikatakan memberikan informasi yang semakin baik dari apabila nilai ρ^2 mendekati satu [4].

ANALISIS PROCRUSTES

Analisis *procrustes* adalah suatu analisis yang berguna untuk mengukur kemiripan maksimal antar konfigurasi titik melalui serangkaian transformasi yang berdasarkan asas kuadrat terkecil [6]. Analisis ini juga merupakan suatu teknik untuk membandingkan kesesuaian antara peta geometri data yang satu dengan yang lain [3]. Jarak pada analisis *procrustes* dinyatakan sebagai berikut.

$$E(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^p (x_{ij} - y_{ij})^2 = \text{tr}((\mathbf{X} - \mathbf{Y})^T (\mathbf{X} - \mathbf{Y})) \quad (2)$$

Nilai perbedaan minimum dihitung menggunakan tiga transformasi geometris yaitu translasi, rotasi, dan dilatasi [6].

1. Translasi

Translasi pada analisis *procrustes* adalah proses penggeseran seluruh titik dalam konfigurasi \mathbf{X} dan konfigurasi \mathbf{Y} dengan jarak dan arah yang sama sehingga kedua konfigurasi memiliki nilai tengah yang sama. Definisikan \bar{x}_j dan \bar{y}_j sebagai rata-rata dari matriks kolom ke- j , dengan $j = 1, 2, 3, \dots, p$.

$$E_T(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) = E(\mathbf{X}_T, \mathbf{Y}_T) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^p ((x_{ij} - \bar{x}_j) - (y_{ij} - \bar{y}_j))^2 \quad (3)$$

2. Rotasi

Rotasi merupakan transformasi yang memindahkan seluruh titik dengan sudut yang tetap dengan mempertahankan jarak antar titik terhadap sentroidnya. Pada analisis *procrustes* matriks yang dirotasikan adalah matriks \mathbf{Y} terhadap matriks \mathbf{X} dengan cara mengalikan matriks \mathbf{Y} dengan matriks ortogonal \mathbf{Q} , maka matriks \mathbf{YQ} merupakan matriks yang telah dirotasi menjadi:

$$E_R(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) = \text{tr}(\mathbf{XX}^T + \mathbf{YY}^T - 2\mathbf{XQ}^T\mathbf{Y}^T) \quad (4)$$

3. Dilatasi

Dilatasi merupakan penskalaan (perbesaran atau pengecilan) jarak setiap titik dalam konfigurasi terhadap sentroidnya. Pada analisis *procrustes*, transformasi dilatasi dilakukan dengan mengalikan matriks target yang sudah dirotasi (\mathbf{YQ}) dengan skalar c [7]. Nilai c didefinisikan pada persamaan fungsi kuadrat c pada persamaan berikut [6].

$$c = \frac{\text{tr}(\mathbf{XQ}^T\mathbf{Y}^T)}{\text{tr}(\mathbf{YY}^T)}$$

Dengan demikian, diperoleh matriks yang telah melalui proses dilatasi ($c\mathbf{YQ}$) dan didapatkan jarak penyesuaian dilatasi pada persamaan berikut.

$$E_D(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) = \text{tr}(\mathbf{XX}^T) - c^2\text{tr}(\mathbf{YY}^T) \quad (5)$$

Ukuran Kemiripan

Koefisien determinasi digunakan untuk mengukur seberapa besar matriks yang telah ditransformasi mengikuti matriks target (data awal). Koefisien determinasi dilambangkan dengan R^2 yang memiliki rentang nilai dari 0%–100% dengan (E_{TRD}) merupakan nilai jarak terkecil pada proses transformasi. Semakin besar nilai R^2 maka semakin tinggi pula kemiripan dua konfigurasi tersebut perubahan yang terjadi relatif kecil. Jika nilai $R^2 < 50\%$ menunjukkan adanya perubahan, nilai berkisar antara 50%–80% menunjukkan pola perubahan sedang, sedangkan nilai $R^2 > 80\%$ berarti relatif tidak ada perubahan atau sangat mirip [7].

$$R^2 = \left(1 - \frac{E_{TRD}}{\text{tr}(\mathbf{XX}^T)}\right) \times 100\% \quad (6)$$

HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada penelitian ini menggunakan data sekunder yang diperoleh dari BPS Provinsi Kalimantan Barat pada 14 kabupaten/kota di Provinsi Kalimantan Barat. Terdiri dari Kabupaten Kubu Raya, Kabupaten Bengkayang, Kabupaten Kapuas Hulu, Kabupaten Ketapang, Kabupaten Kayong Utara, Kabupaten Landak, Kabupaten Melawi, Kabupaten Mempawah, Kabupaten Sambas, Kabupaten Sanggau, Kabupaten Sekadau, Kabupaten Sintang, Kota Singkawang, dan Kota Pontianak. Peubah yang digunakan adalah angka harapan hidup (AHH), harapan lama sekolah (HLS), pengeluaran perkapita (PP), dan rata-rata lama sekolah (RLS) pada tahun 2019 dan 2020.

Pengkonstruksian Analisis Biplot

Matriks *input* pada analisis biplot berupa data indikator indeks pembangunan manusia pada tahun 2019 yang sudah distandarisasi.

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} -1,690 & 0,257 & 0,428 & -0,434 \\ 1,437 & -0,272 & 0,049 & -0,610 \\ 0,811 & 0,044 & -0,860 & -0,020 \\ -0,353 & -0,017 & -0,600 & -0,310 \\ -0,062 & -0,801 & -0,346 & -0,175 \\ -0,282 & -0,567 & 0,088 & 0,146 \\ 0,113 & -0,333 & -0,135 & -0,237 \\ 0,642 & -0,313 & -0,961 & 0,363 \\ 0,132 & -0,791 & -0,739 & -0,537 \\ 0,927 & -1,219 & -0,318 & -0,465 \\ -2,155 & -0,547 & -0,604 & -1,158 \\ -0,656 & 1,316 & -0,160 & -0,310 \\ 0,875 & 2,690 & 2,775 & 3,126 \\ 0,261 & 0,553 & 1,381 & 0,622 \end{bmatrix}$$

Berikutnya dilakukan proses penguraian nilai singular (SVD) pada matriks data (\mathbf{X}) berukuran $n \times p$ menjadi matriks \mathbf{U} , \mathbf{L} , dan \mathbf{A} . Penguraian nilai singular dimulai dengan mencari nilai dari matriks $\mathbf{X}^T \mathbf{X}$ diperoleh nilai eigen sebagai berikut.

$$\lambda_1 = 34,417, \lambda_2 = 12,953, \lambda_3 = 2,956, \lambda_4 = 1,667$$

Maka diperoleh matriks \mathbf{U} , \mathbf{L} , dan \mathbf{A} sebagai berikut.

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 5,867 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3,599 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1,719 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1,291 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0,215 & 0,932 & -0,095 & -0,276 \\ 0,544 & -0,300 & -0,703 & -0,346 \\ 0,562 & -0,176 & 0,704 & -0,397 \\ 0,585 & 0,104 & 0,012 & 0,804 \end{bmatrix}$$

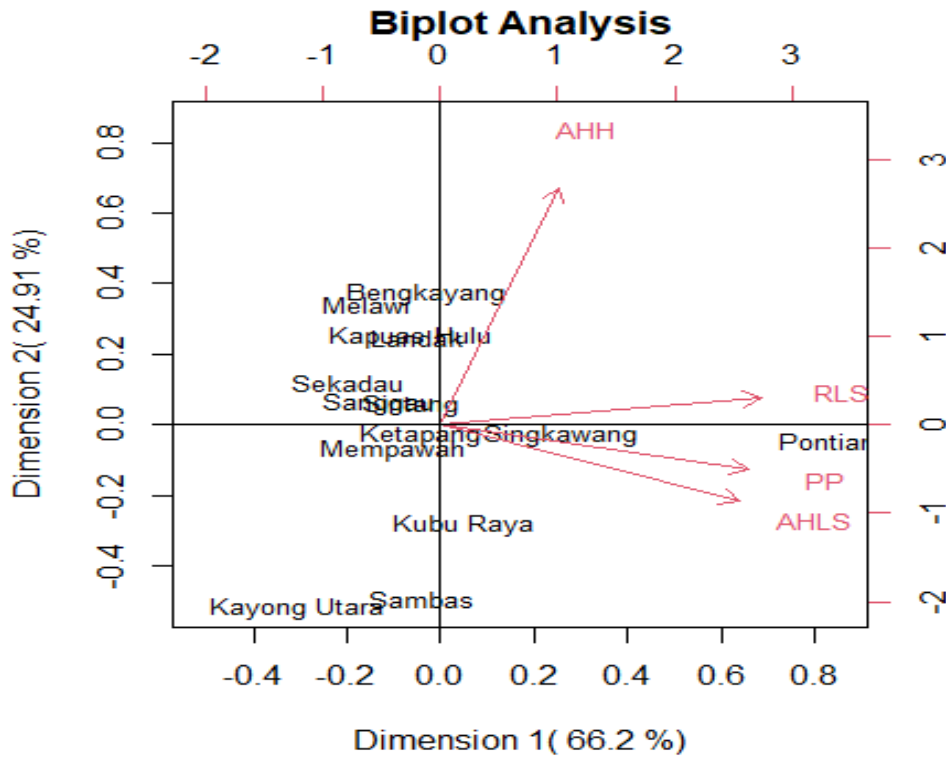
$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} -0,040 & -0,492 & 0,160 & -0,109 \\ -0,029 & 0,375 & 0,048 & -0,629 \\ -0,051 & 0,248 & -0,415 & 0,066 \\ -0,103 & -0,070 & -0,222 & 0,071 \\ -0,127 & 0,062 & 0,188 & 0,225 \\ -0,040 & -0,026 & 0,285 & 0,276 \\ -0,063 & 0,057 & 0,073 & -0,041 \\ -0,061 & 0,250 & -0,298 & 0,468 \\ -0,193 & 0,121 & 0,010 & 0,076 \\ -0,156 & 0,344 & 0,314 & -0,064 \\ -0,303 & -0,517 & 0,087 & 0,072 \\ 0,052 & -0,281 & -0,570 & -0,356 \\ 0,859 & -0,042 & 0,010 & 0,187 \\ 0,255 & -0,028 & 0,329 & -0,241 \end{bmatrix}$$

Pengkonstruksian biplot menggunakan $\alpha = 0$ dimana $\mathbf{G} = \mathbf{U}$ dan $\mathbf{H}^T = \mathbf{L}\mathbf{A}^T$ dengan mengambil dua kolom pertama dari matriks \mathbf{G} dan dua baris pertama dari matriks \mathbf{H}^T diperoleh grafik biplot pada Gambar 1.

Menghitung ukuran kesesuaian dari biplot (*goodness of fit*) sebagai berikut.

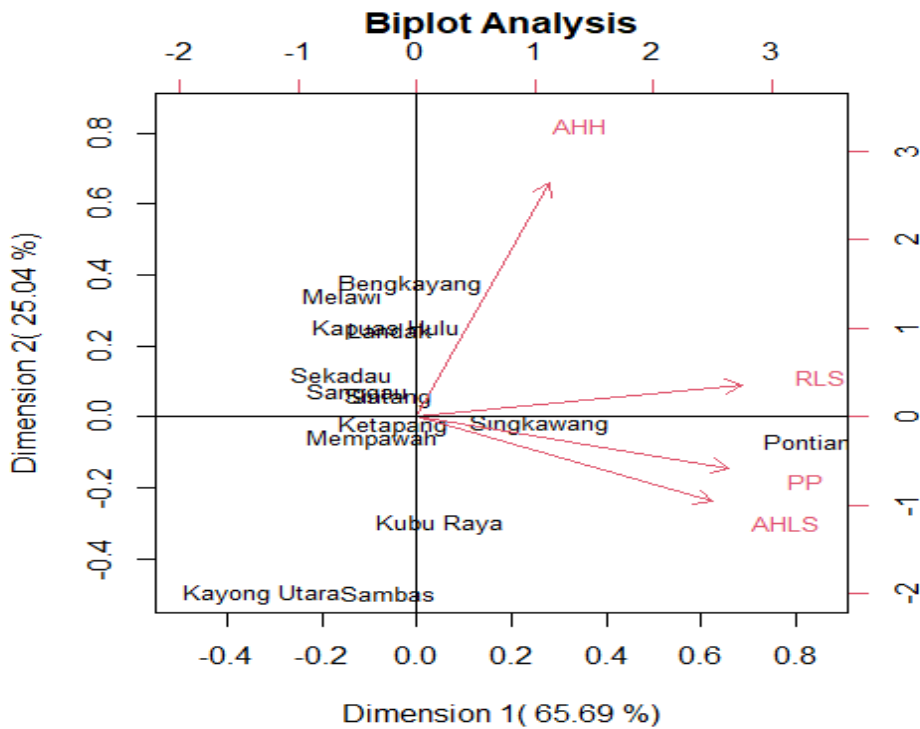
$$\rho^2 = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{\sum_{i=1}^r \lambda_i} = \frac{34,159 + 123,022}{51,999} = 0,907 = 90,7\%$$

Karena nilai ρ^2 yang diperoleh mendekati nilai 1 yaitu sebesar 0,907, berarti biplot yang dihasilkan sangat baik. Informasi yang diberikan oleh biplot sebesar 90,7% dari keseluruhan informasi yang terkandung dalam data.



Gambar 1 Grafik Biplot Indikator IPM Tahun 2019

Melalui proses yang sama dihasilkan grafik biplot indikator indeks pembangunan manusia tahun 2020 sebagai berikut.



Gambar 2 Grafik Biplot Indikator IPM Tahun 2020

Interpretasi Biplot

1. Keragaman peubah

Keragaman peubah dapat dilihat melalui panjang vektor yang terdapat didalam grafik biplot. Keragaman peubah terbesar pada tahun 2019 dan 2020 terdapat pada angka harapan hidup dengan nilai panjang vektor masing-masing sebesar 3,584 dan 3,575. Dengan demikian dapat dikatakan bahwa angka harapan hidup di kabupaten/kota di Kalimantan Barat mempunyai keragaman yang lebih besar dibandingkan peubah lainnya. Berbeda halnya dengan keragaman peubah terkecil yang berbeda pada kedua tahun tersebut. Pada tahun 2019 keragaman peubah terkecil dengan panjang vektor sebesar 3,357 terdapat pada peubah pengeluaran perkapita sedangkan tahun 2020 yaitu angka harapan lama sekolah dengan panjang vektor sebesar 3,335.

2. Korelasi antar peubah

Korelasi terbesar antar peubah indikator IPM 2019 dimiliki oleh pasangan pengeluaran perkapita (PP) dan rata-rata lama sekolah (RLS) dengan nilai korelasi yaitu 0,813. Hal ini menunjukkan jika rata-rata lama sekolah meningkat maka meningkat pula pengeluaran perkapita dan sebaliknya. Nilai korelasi terendah yaitu 0,059 dimiliki pasangan angka harapan hidup (AHH) dan harapan lama sekolah (HLS).

Korelasi terbesar antar peubah indikator IPM tahun 2020 yaitu 0,815 sedangkan korelasi terkecil yaitu 0,064. Pembentuk korelasi terbesar ditunjukkan oleh pasangan pengeluaran perkapita (PP) dan rata-rata lama sekolah (RLS). Hal ini menunjukkan jika rata-rata lama sekolah meningkat maka meningkat pula pengeluaran perkapita dan sebaliknya. Nilai korelasi terkecil dimiliki pasangan peubah yang sama di tahun 2019. Secara keseluruhan setiap peubah berkorelasi positif yang berarti jika terjadi kenaikan pada peubah satu maka meningkat pula pada peubah lainnya, yang membedakan besar pengaruhnya saja sesuai nilai korelasi tersebut.

3. Nilai peubah pada suatu objek

Kabupaten Bengkayang, Kabupaten Melawi, Kabupaten Kapuas Hulu dan Kabupaten Landak memiliki angka harapan hidup relatif tinggi hal ini ditunjukkan dengan titik-titik objek amatan berkisar disekitar garis peubah tersebut. Kota Pontianak dan Kota Singkawang memiliki rata-rata lama sekolah, pengeluaran perkapita dan angka harapan lama sekolah relatif tinggi. Kabupaten Kubu Raya memiliki angka harapan lama sekolah dan pengeluaran perkapita relatif tinggi tetapi angka harapan hidup relatif rendah karena posisi titik objek berbanding terbalik terhadap garis vektor peubah tersebut.

4. Kedekatan antar objek yang diamati

Berdasarkan Gambar 1 dan 2 titik-titik pengamatan berupa objek wilayah di Kalimantan Barat yang berdekatan adalah kelompok Kabupaten Bengkayang, Kabupaten Landak, Kabupaten Kapuas dan Hulu Melawi. Kelompok Kabupaten Sekadau, Kabupaten Sanggau, Kabupaten Sintang, Kabupaten Ketapang dan Kabupaten Mempawah. Hubungan karakteristik wilayah tersebut relatif sama yaitu mempunyai nilai indikator indeks pembangunan manusia yang mirip sehingga titik antar objek saling berdekatan.

Analisis Procrustes

Koordinat peubah biplot tahun 2019 dinyatakan sebagai matriks observasi (\mathbf{X}) sedangkan koordinat peubah biplot tahun 2020 dinyatakan sebagai matriks target (\mathbf{Y}). Perbandingan seberapa besar perubahan dan kemiripan yang terjadi pada konfigurasi biplot khususnya grafik yang menggambarkan koordinat peubah menggunakan analisis *procrustes*. Berikut kedua data matriks tersebut.

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1,263 & 3,354 \\ 3,189 & -1,079 \\ 3,297 & -0,632 \\ 3,432 & 0,376 \end{bmatrix} \quad \mathbf{Y} = \begin{bmatrix} 1,389 & 3,294 \\ 3,111 & -1,202 \\ 3,288 & -0,723 \\ 3,427 & 0,449 \end{bmatrix}$$

Setelah mendefinisikan matriks \mathbf{X} dan \mathbf{Y} , selanjutnya adalah proses transformasi pada analisis *procrustes* yaitu translasi, rotasi, dan dilatasi agar konfigurasi yang dilakukan mendapatkan hasil yang maksimal [6].

Tabel 1 Ringkasan Transformasi

Proses Transformasi	Nilai
Translasi (E_T)	0,0440
Rotasi (E_R)	0,0320
Dilatasi (E_D)	0,0319

Berdasarkan Tabel 1 diperoleh jumlah kuadrat jarak terkecil pada proses transformasi (E_{TRD}) yaitu sebesar 0,0319. Nilai tersebut digunakan untuk menghitung koefisien determinasi (R^2) sesuai Persamaan (6) sebagai berikut.

$$R^2 = \left(1 - \frac{0,0319}{47,368} \right) \times 100\% = 99,9\%$$

Diperoleh perhitungan R^2 sebesar 99,9% menunjukkan bahwa besar perubahan sebesar 0,01% pada indikator indeks pembangunan manusia. Karena $R^2 > 80\%$ maka dapat dikatakan bahwa indikator indeks pembangunan manusia pada tahun 2019 dan 2020 sangat mirip. Interpretasi ini memiliki arti bahwa indikator indeks pembangunan manusia menunjukkan pola perubahan yang kecil dari tahun 2019 ke tahun 2020.

PENUTUP

Berdasarkan dari hasil analisis data yang dilakukan, maka dapat disimpulkan bahwa:

1. Keragaman peubah tertinggi pada tahun 2019 dan 2020 terdapat pada angka harapan hidup. Dengan demikian dapat dikatakan bahwa keragaman angka harapan hidup di kabupaten/kota di Kalimantan Barat lebih beragam dibanding peubah lainnya. Pada tahun 2019 keragaman terendah terjadi pada pengeluaran perkapita sedangkan pada tahun 2020 terjadi pada angka harapan lama sekolah. Korelasi terbesar antar peubah indikator IPM 2019 dimiliki oleh pasangan pengeluaran perkapita (PP) dan rata-rata lama sekolah (RLS). Hal ini menunjukkan jika rata-rata lama sekolah meningkat maka meningkat pula pengeluaran perkapita dan sebaliknya. Nilai korelasi terendah dimiliki pasangan angka harapan hidup (AHH) dan harapan lama sekolah (HLS). Hubungan antar peubah pada tahun 2020 sama halnya dengan 2019 berkorelasi positif yang artinya jika terjadi kenaikan pada peubah satu maka terjadi kenaikan pula peubah lainnya. Wilayah di Kalimantan Barat yang mempunyai nilai indikator indeks pembangunan manusia relatif tinggi yaitu Kota Pontianak dan Kota Singkawang.
2. Berdasarkan analisis *procrustes* kemiripan dan besar perubahan indikator indeks pembangunan manusia pada tahun 2019 dan 2020 menunjukkan bahwa tingkat kemiripan konfigurasi biplot sebesar 99,9%. Besar perubahan yang terjadi hanya sebesar 0,01% maka dapat dikatakan bahwa indikator indeks pembangunan manusia pada tahun 2019 dan 2020 sangat mirip.

DAFTAR PUSTAKA

- [1]. BPS. *Kalimantan Barat dalam Angka*. Kalimantan Barat: Badan Pusat Statistik; 2021.
- [2]. Dewi, N. L. S., & Sutrisna, I. K. Pengaruh Komponen Indeks Pembangunan Manusia terhadap Pertumbuhan Ekonomi Provinsi Bali. *E-Jurnal Ekonomi Pembangunan Universitas Udayana*. 2014; 3(3):106-114.
- [3]. Johnson, R. A., dan Wichern, D. W. *Applied Multivariate Statistical Analysis (6th ed.)*. New Jersey: Pearson Prentice Hall; 2007.
- [4]. Mattjik, A.A., dan Sumertajaya, I.M. *Sidik Peubah Ganda*. Bogor: IPB Press; 2011.
- [5]. Jolliffe, I.T., dan Rawlings. *Principal Component Analysis (2nd ed.)*. New York: Springer; 2010.
- [6]. Bakhtiar, T., dan Siswadi, S. Ortogonal Procrustes Analysis: Its Transformation Arrangement and Minimal Distance. *International Journal of Applied Mathematics and Statistics*.2011; 20(M11):16–24.
- [7]. Krzanowksi, W. J. *Principles of Multivariate Analysis, A User's Perspective*. New York: Oxford University Press; 2000.

RENI KURNIAWATI : Jurusan Matematika FMIPA UNTAN, Pontianak
reni_kurniawati@student.untan.ac.id

SETYO WIRA RIZKI : Jurusan Matematika FMIPA UNTAN, Pontianak
setyo.wirarizki @math.untan.ac.id

HENDRA PERDANA : Jurusan Matematika FMIPA UNTAN, Pontianak
hendra.perdana@math.untan.ac.id
