Buletin Ilmiah Mat, Stat, dan Terapannya (Bimaster)
Volume 08, No. 2 (2019), hal 289-296.

METODE ESTIMASI-S PADA ANALISIS REGRESI *ROBUST* DENGAN PEMBOBOTAN *TUKEY BISQUARE*

Wira Setiawan, Naomi Nessyana Debataraja, Evy Sulistianingsih

INTISARI

Analisis regresi adalah suatu analisis yang bertujuan membentuk hubungan antara satu variabel tak bebas (Y) dengan satu atau lebih variabel bebas (X) dalam suatu model matematis. Metode untuk mengestimasi parameter $\beta_0, \beta_1, \cdots, \beta_k$ yang sering digunakan adalah metode kuadrat terkecil. Ketika terdapat data pencilan metode tersebut kurang efektif digunakan karena dapat menyebabkan estimator yang diperoleh menjadi bias. Regresi robust adalah salah satu metode yang digunakan untuk mengestimasi parameter ketika distribusi dari galat tidak normal dan atau terdapat data pencilan. Pembobotan yang digunakan dalam penelitian ini adalah pembobotan Tukey Bisquare. Tujuan penelitian ini adalah melakukan estimasi parameter dan menunjukkan keefektifan metode estimasi-S pada analisis regresi robust dengan pembobotan Tukey Bisquare. Studi kasus yang digunakan dalam penelitian ini adalah pengaruh IPM (X_1), angka partisipasi sekolah usia (APS) 16-18 tahun (X_2) dan konsumsi (X_3) terhadap kemiskinan (Y) di Indonesia pada tahun 2016. Berdasarkan uji DFFITS dan boxplot data yang digunakan teridentifikasi data pencilan sehingga diperlukan prosedur regresi robust untuk mengestimasi parameter model matematisnya. Dari model regresi robust estimasi-S dengan pembobotan Tukey Bisquare diperoleh model matematis yaitu $Y = 1,359 - 1,718X_1 + 0,139X_2 - 0,298X_3$ *dimana variabel bebas berpengaruh signifikan terhadap variabel tak bebas secara simultan dan parsial dengan nilai adjusted-R square sebesar 0,951 dan nilai standard error sebesar 0,01247.*

***Kata Kunci**: Estimasi-S, Regresi Robust, Tukey Bisquare*

PENDAHULUAN

Analisis regresi merupakan salah satu metode dari statistik inferensial yang banyak digunakan oleh peneliti untuk menganalisis data. Analisis regresi bertujuan untuk mengetahui sejauh mana ketergantungan atau hubungan tepat satu variabel tak bebas dengan satu atau lebih variabel bebas. Umumnya, analisis regresi menggunakan metode kuadrat terkecil (MKT) untuk mengestimasi parameternya. Namun apabila ditemukan data pencilan dalam penelitian tersebut, maka penggunaan metode ini kurang tepat [1]. Regresi *robust* pertama kali dikenalkan oleh Andrews pada tahun 1972. Regresi *robust* adalah suatu metode regresi yang digunakan ketika distribusi dari galat tidak normal atau dengan kata lain diidentifikasikan ditemukannya beberapa data pencilan yang berpengaruh pada model [2]. Estimasi-S adalah salah satu estimasi dalam analisis regresi *robust*. Estimasi-S adalah estimasi yang dapat mencapai nilai *breakdown point* sebesar 50%, yang dapat diartikan bahwa estimasi ini dapat mengatasi setengah dari pencilan. Estimator tersebut diperoleh dengan cara meminimumkan jumlah kuadrat galat pada persamaan regresi linear. Estimator tersebut diperoleh melalui proses iterasi hingga estimator yang diperoleh konvergen, dimana estimator tersebut merupakan estimator regresi yang menghasilkan persamaan regresi dengan jumlah kuadrat galat terkecil [1].

Di Indonesia, kemiskinan merupakan masalah yang sangat krusial, tidak hanya karena tendensinya yang semakin meningkat, namun juga konsekuensinya yang tidak hanya meliputi ruang lingkup ekonomi semata namun juga masalah sosial dan instabilitas politik dalam negeri. Faktor-faktor kemiskinan terdiri dari Indeks Pembangunan Manusia (IPM), pendidikan, konsumsi dan pendapatan [3]. Model estimasi-S pada analisis regresi *robust* dengan pembobotan *Tukey bisquare* diterapkan untuk menganalisis pengaruh IPM, angka partisipasi sekolah usia (APS) 16-18 tahun dan konsumsi terhadap kemiskinan di Indonesia pada tahun 2016. Tujuan dari penelitian ini adalah melakukan estimasi parameter serta menunjukan keefektifan metode estimasi-S pada analisis regresi *robust* dengan pembobotan *Tukey bisquare*.

METODE KUADRAT TERKECIL (MKT)

MKT adalah metode yang bertujuan untuk meminimumkan jumlah kuadrat dari galat. Misalkan terdapat p parameter dan n pengamatan, maka model yang akan diperoleh adalah sebagai berikut [4].

$$\begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_{11}X_{12}\cdots X_{1k} \\ X_{21}X_{22}\cdots X_{2k} \\ \vdots \\ X_{n1}X_{n2}\cdots X_{nk} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_k \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{pmatrix}$$

dalam notasi matriks dapat ditulis sebagai

$$\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{X\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \tag{1}$$

Estimasi parameter MKT diperoleh dengan meminimumkan

$$\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^{n} \left[\left(Y_i - \left(\beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \cdots + \beta_{p-1} X_{ip-1} \right) \right) \right]^2$$

dimana $\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2$ merupakan jumlah kuadrat galat. Notasi matriks untuk meminimumkan $\boldsymbol{\varepsilon}^T\boldsymbol{\varepsilon}$ dari Persamaan (1) diperoleh

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{Y} - \boldsymbol{X\beta}$$

oleh karena itu,

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon}^T\boldsymbol{\varepsilon} &= (\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{X\beta})^T(\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{X\beta}) \\ &= \boldsymbol{Y}^T\boldsymbol{Y} - 2\boldsymbol{\beta}^T\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{Y} + \boldsymbol{\beta}^T\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X\beta} \end{aligned}$$

untuk menaksir parameter $\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_{p-1}$ maka $\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2$ harus sekecil mungkin. Hal tersebut dicapai dengan menurunkan persamaan $\boldsymbol{\varepsilon}^T\boldsymbol{\varepsilon}$ terhadap $\boldsymbol{\beta}$ dan membuatnya sama dengan nol. Selanjutnya diperoleh

$$\begin{aligned} \frac{\partial \boldsymbol{\varepsilon}^T\boldsymbol{\varepsilon}}{\partial \boldsymbol{\beta}} &= \boldsymbol{Y}^T\boldsymbol{Y} - 2\boldsymbol{\beta}^T\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{Y} + \boldsymbol{\beta}^T\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X\beta} \\ &= -2\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{Y} + 2\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X\beta} \\ \boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X\beta} &= \boldsymbol{X}^T\boldsymbol{Y} \\ \boldsymbol{\beta} &= (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{Y} \end{aligned}$$

UJI *DFFITS*

Uji *DFFITS* adalah uji untuk mendeteksi pencilan yang berpengaruh terhadap variabel Y [5]. Hipotesis uji *DFFITS* adalah sebagai berikut:

H_0 : pencilan ke-*i* tidak berpengaruh.
H_1 : pencilan ke-*i* berpengaruh.

Statistik uji:

$$(DFFITS_i) = t_i \left(\frac{h_{ii}}{1 - h_{ii}} \right)^{\frac{1}{2}}$$

Dimana t_i adalah *R-student* (*studentized deleted residual*) dan h_{ii} adalah elemen-elemen diagonal dari matriks $\boldsymbol{H}$.

dengan:

$$t_i = \frac{\varepsilon_i}{\sqrt{s_{(i)}^2 \left(1 - h_{ii}\right)}}, i = 1, 2, \ldots, n;\; s_{(i)}^2 = \frac{(n-p)MS_E - \varepsilon_i^2 / \left(1 - h_{ii}\right)}{n - p - 1};\; MS_E = \frac{\boldsymbol{Y^TY} - \boldsymbol{\beta^TX^TY}}{n-k-1};$$

$$\boldsymbol{H} = \boldsymbol{X}(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T$$

Kriteria pengujian H_0 ditolak adalah nilai $|DFFITS| > 1$ untuk gugus data kecil $(n \leq 30)$, gugus data besar (n > 30) menggunakan nilai $|DFFITS| > 2\sqrt{\frac{p}{n}}$, k adalah banyaknya variabel bebas, sedangkan $p = k + 1$ [6].

PEMBOBOTAN *TUKEY BISQUARE*

Fungsi obyektif untuk pembobotan *Tukey bisquare* dalam persamaan

$$\rho(u_i) = \begin{cases} \dfrac{c^2}{6}\left\{1 - \left[1 - \left(\dfrac{u_i}{c}\right)^2\right]^3\right\} & |u_i| \leq c \\ \dfrac{c^2}{6} & |u_i| > c \end{cases}$$

fungsi pengaruh *Tukey bisquare* merupakan turunan pertama dari $\rho(u_i)$, sehingga diperoleh persamaan

$$\psi(u_i) = \begin{cases} u_i\left(1 - \left(\dfrac{u_i}{c}\right)^2\right)^2 & |u_i| \leq c \\ 0 & |u_i| > c \end{cases}$$

fungsi pembobotan *Tukey bisquare* adalah

$$w(u_i) = \begin{cases} \left(1 - \left(\dfrac{u_i}{c}\right)^2\right)^2 & |u_i| \leq c \\ 0 & |u_i| > c \end{cases}$$

dimana nilai u_i adalah skala sisaan pada observasi ke-*i* dan nilai *c* adalah nilai *tuning constant* yang telah ditetapkan untuk menentukan tingkat ke-*robust*-an [7]. Tabel 1 adalah nilai *tuning constant* untuk setiap *breakdown point* [9]

Tabel 1 Nilai *Tuning Constant* untuk setiap *Breakdown Point*

Breakdown Point	*c*	*K*
50%	1,547	0,1995
45%	1,756	0,2312
40%	1,988	0,2634
35%	2,251	0,2957
30%	2,560	0,3278
25%	2,937	0,3593
20%	3,420	0,3899
15%	4,096	0,4194
10%	5,182	0,4475

Breakdown point adalah besarnya persentase pencilan yang bisa diatasi. Dalam penelitian ini menggunakan *breakdown point* 50%, sehingga digunakan nilai $c = 1{,}547$ dan $K = 0{,}1995$.

ESTIMASI-S

Rousseeuw and Yohai pada tahun 1984 mendefinisikan estimasi-S sebagai $\beta_s = \arg\min_{\beta} \sigma_s(\varepsilon_1, \varepsilon_2, ..., \varepsilon_n)$ dengan menentukan nilai estimator skala *robust* (σ_s) yang minimum dan memenuhi [8]

$$\min \sum_{i=1}^{n} \rho \left(\frac{Y_i - \sum_{j=0}^{k} X_{ij}\beta}{\sigma_s} \right) \tag{2}$$

dengan skala *robust* $(\hat{\sigma}_s)$

$$\sigma_s = \sqrt{\frac{1}{nK} \sum_{i=1}^{n} w_i \varepsilon_i^2}$$

nilai $K = 0{,}1995$ adalah suatu nilai konstan untuk membuat pembobotan *Tukey bisquare* memperoleh *breakdown point* secara konsisten mendekati 50%, $w_i = w_\sigma(u_i) = \frac{\rho(u_i)}{u_i^2}$ dan dipilih estimasi awal

$$\sigma_s = \frac{median\,|\,\varepsilon_i - median(\varepsilon_i)\,|}{0{,}6745} \tag{3}$$

Untuk menyelesaikan Persamaan (3) dengan mencari turunannya terhadap β sehingga diperoleh

$$\sum_{i=1}^{n} \rho' \left(\frac{Y_i - \sum_{j=0}^{k} X_{ij}\beta}{\sigma_s} \right) = 0 \qquad j = 0, 1, 2, \ldots, k$$

$$\sum_{i=1}^{n} X_{ij} \psi \left(\frac{Y_i - \sum_{j=0}^{k} X_{ij}\beta}{\sigma_s} \right) = 0 \qquad j = 0, 1, 2, \ldots, k \tag{4}$$

ψ disebut fungsi pengaruh yang merupakan turunan dari $\rho(\rho' = \psi)$. Persamaan (4) dapat diselesaikan dengan *Iteratively Reweighted Least Squares* (IRLS) sehingga dapat ditulis menjadi

$$\sum_{i=1}^{n} X_{ij} w_i \left(Y_i - \sum_{j=0}^{k} X_{ij}\beta \right) = 0, \qquad j = 0,1,2, \ldots ,k. \tag{5}$$

Dalam menggunakan IRLS, diasumsikan bahwa suatu estimasi awal β^0 ada dan $\hat{\sigma}_i$ suatu estimasi skala. *j* adalah jumlah parameter yang akan diestimasi, maka Persamaan (5) menjadi

$$\sum_{i=1}^{n} X_{ij} w_i^0 \left(Y_i - \sum_{j=0}^{k} X_{ij}\beta^0 \right) = 0, \; j = 0,1,2, \ldots ,k. \tag{6}$$

Dengan β^0 estimasi parameter pada iterasi pertama dan w_i^0 adalah nilai bobot pada iterasi awal. Dalam notasi matriks, Persamaan (6) dapat ditulis menjadi

$$\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W}\boldsymbol{X}\boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W}\boldsymbol{Y} \tag{7}$$

dengan $\boldsymbol{W}$ adalah matriks berukuran n x n dengan elemen-elemen diagonal yang berisi pembobot. Penyelesaian Persamaan (7) tersebut akan memberikan estimator untuk β yaitu

$$\boldsymbol{\beta} = (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W}\boldsymbol{X})^{-1}(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W}\boldsymbol{Y})$$

Algoritma penghitungan nilai estimasi-S adalah sebagai berikut [8]:

1. Melakukan estimasi parameter regresi pada data menggunakan MKT.
2. Menguji asumsi klasik dari model regresi.
3. Mendeteksi adanya pencilan dalam data.
4. Mengestimasi koefisien regresi *robust* menggunakan estimasi-S.
   a. Menghitung parameter β^0 dengan MKT.
   b. Menghitung nilai sisaan ε_i
   c. Menghitung nilai

$$\hat{\sigma}_i = \begin{cases} \dfrac{median|\varepsilon_i - median(\varepsilon_i)|}{0,6745}, iterasi = 1 \\ \sqrt{\dfrac{1}{nK}\sum_{i=1}^{n} w_i \varepsilon_i^2}\,, iterasi > 1 \end{cases}$$

d. Menghitung nilai $u_i = \dfrac{\varepsilon_i}{\sigma_i}$

e. Menghitung pembobot $w(u)$

$$w(u) = \begin{cases} \left(1 - \left(\dfrac{u}{1,547}\right)^2\right)^2 & |u| \leq 1,547 \\ 0 & |u| > 1,547 \end{cases}$$

f. Menghitung parameter β

$$\boldsymbol{\beta}^{m+1} = (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W}^m\boldsymbol{X})^{-\mathbf{1}}(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W}^m\boldsymbol{Y})$$

g. Mengulangi langkah b hingga f sampai diperoleh nilai β yang konvergen. Dimana selisih nilai $\boldsymbol{\beta}^{m+1}$ dengan $\boldsymbol{\beta}^m$ mendekati atau sama dengan nol.

h. Uji hipotesis untuk mengetahui apakah variabel bebas mempunyai pengaruh yang signifikan terhadap variabel tak bebas.

STUDI KASUS

Analisis yang dilakukan pada penelitian ini adalah menganalisis pengaruh IPM, angka partisipasi sekolah usia 16–18 tahun dan konsumsi terhadap kemiskinan di Indonesia. Estimasi parameter dengan MKT untuk data kemiskinan (Y), IPM (X_1), angka partisipasi sekolah usia 16-18 tahun (X_2) dan konsumsi (X_3) dilakukan dengan *software* R-3.5.1. Hasil estimasi parameter dengan MKT dapat dilihat pada Tabel 2 dibawah ini.

Tabel 2 Estimasi Parameter Metode Kuadrat Terkecil

Coefficients	Estimate	t value	Pr(>|t|)	
(Intercept)	1,0538	4,615	6,90e-05	***
xIPM	-1,4409	-6,506	3,42e-07	***
xAPS	0,3603	2,898	0,00695	**
xKonsumsi	-0,3935	-1,886	0,06898	.

Residual standard error: 0,03988 on 30 degree of freedom
Multiple R-squared: 0,6125, Adjusted R-squared: 0,5737
F-statistic: 15,81 on 3 and 30 DF, p-value: 2,384e-06

Berdasarkan Tabel 2, diperoleh estimasi parameter MKT yaitu $\hat{Y} = 1,054 - 1,441X_1 + 0,360X_2 - 0,393X_3$. Nilai F_{hitung} adalah 15,81 lebih besar dari $F_{(0,05;2;30)} = 3,32$, hal ini berarti variabel bebas berpengaruh signifikan terhadap variabel tak bebas secara simultan. Nilai *adjusted-R square* adalah 0,574, Artinya variabel bebas mempengaruhi variabel tak bebas sebesar 57,4% dan sisanya 42,6% dijelaskan oleh variabel lain. Adapun nilai *standard error* yang diperoleh dari MKT adalah 0,03988. Nilai t_{hitung} masing-masing variabel bebas adalah $X_1 = -6,506, X_2 = 2,898\,, X_3 = -1,886$ dan $t_{(0,025,30)} = 2,042$. Nilai $|t_{hitung}|$ untuk variabel X_1 dan X_2 lebih besar dari nilai $t_{(0,025;30)}$, maka dapat disimpulkan bahwa IPM dan angka partisipasi sekolah berpengaruh signifikan terhadap kemiskinan. Nilai $|t_{hitung}|$ untuk variabel X_3 lebih kecil dari nilai $t_{(0,025;30)}$, sehingga dapat disimpulkan bahwa konsumsi tidak berpengaruh signifikan terhadap kemiskinan.

Uji normalitas bertujuan untuk mengetahui asumsi bahwa galat (ε_i) berdistribusi normal. Uji normalitas dilakukan menggunakan uji Kolmogorov-Smirnov. Tabel 3 menyajikan *output* uji Kolmogorov-Smirnov.

Tabel 3 Uji Kolmogorov-Smirnov

		Unstandardized Residual
N		34
Normal Parameters[a,b]	Mean	0E-7
	Std. Deviation	,03802110
Most Extreme Differences	Absolute	,080
	Positive	,071
	Negative	-,080
Kolmogorov-Smirnov		,467
Asymp Sig (2-tailed)		,981

a. Test distribution is Normal

b. Calculated from data

Berdasarkan Tabel 3 diperoleh nilai KS_{hitung} adalah 0,080 lebih kecil dari $KS_{(0{,}05{,}34)} = 0{,}202$ $\left(KS_{hitung} > KS_{(0{,}05{,}34)}\right)$, hal ini berarti galat berdistribusi normal.

Uji multikolinearitas adalah uji untuk mengetahui adanya hubungan diantara variabel-variabel bebas dalam model regresi. Uji multikolinearitas dapat dilakukan dengan melihat nilai *VIF* dan *tolerance*. Multikolinearitas tidak terjadi apabila nilai *tolerance* lebih besar dari 0,1 dan nilai *VIF* lebih besar dari 10 pada masing-masing variabel bebas. Tabel 4 menyajikan hasil *output* nilai *VIF* dan *tolerance* pada masing-masing variabel bebas.

Tabel 4 Nilai *VIF* dan *Tolerance*

Variabel	Collinearity Statistics	
	Tolerance	VIF
IPM	,559	1,788
Angka Partisipasi Sekolah	,831	1,203
Konsumsi	,643	1,555

a. Dependent Variable: kemiskinan

Berdasarkan nilai *VIF* dan *tolerance* pada masing-masing variabel bebas dapat diartikan bahwa variabel bebas tidak terjadi multikolinearitas.

Uji autokorelasi dapat dilakukan menggunakan uji Durbin-Watson. Tabel 5 menyajikan hasil *output* uji Durbin-Watson.

Tabel 5 Uji Durbin-Watson

R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate	Durbin-Watson
,783[a]	,612	,574	,03988	1,826

a. Predictors : (Constant), konsumsi, Angka Partisipasi Sekolah, IPM

b. Dependent Variable: kemiskinan

Diperoleh nilai Durbin-Watson adalah 1,826, serta untuk $k = 3$, $n = 34$ dan $\alpha = 5\%$ diperoleh nilai $DL = 1{,}2707$ dan $DU = 1{,}6519$, karena nilai $DU < DW < (4 - DU)$ sehingga dapat disimpulkan tidak terjadi autokorelasi.

Uji heteroskedastisitas dapat dilakukan menggunakan uji *park*. Prosedur uji *park* yaitu dengan meregresikan logaritma natural (*ln*) galat kuadrat dengan *ln* variabel bebas. Hasil uji heteroskedastisitas dapat lihat pada Tabel 6 dibawah ini.

Tabel 6 Uji Heteroskedastisitas

Variabel	Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig
	B	Std.Error	Beta		
(constant)	-12,715	5,872		-2,165	,038
ln_IPM	-3,209	8,438	-,090	-,380	,706
ln_APS	,607	5,139	,023	,118	,907
ln_konsumsi	-6,212	5,702	-,240	-1,090	,285

a. Dependent Variable: lne2

Dari Tabel 6, diperoleh nilai t_{hitung} masing-masing variabel bebas adalah IPM = $-0,380$, APS = $0,118$ dan konsumsi=$-1,090$. Adapun nilai t tabel untuk $\alpha = 0,05$, $n = 34$ dan $k = 3$ adalah $t_{(0,025;30)} = 2,04227$. Karena nilai $\left|t_{hitung}\right| < t_{tabel}$ untuk masing-masing variabel bebas maka disimpulkan tidak terjadi heteroskedastisitas.

Pendeteksi pencilan menggunakan uji *DFFITS,* diperoleh nilai *DFFITS* pada pengamatan ke-11, 14 dan 34 berturut-turut adalah $1,120048712$, $1,123485097$ dan $1,176847916$ lebih besar dari $\left(2\sqrt{p/n} = 0,686\right)$, sehingga dapat disimpulkan bahwa pengamatan tersebut merupakan pencilan.

Estimasi parameter regresi *robust* estimasi-S dengan pembobotan *Tukey bisquare* untuk data kemiskinan (Y), IPM (X_1), angka partisipasi sekolah usia 16-18 tahun (X_2) dan konsumsi (X_3) dilakukan dengan *software* R-3.5.1. Estimasi parameter regresi *robust* estimasi-S dengan pembobotan *Tukey bisquare* dapat dilihat pada Tabel 7 berikut ini.

Tabel 7 Estimasi Parameter Regresi *Robust* Estimasi-S Pembobotan *Tukey Bisquare*

Coefficients	Estimate	t value	Pr(>|t|)	
(Intercept)	1,3593	15,917	6,56e-14	***
xIPM	-1,7181	-21,410	< 2e-16	***
xAPS	0,1398	2,570	0,01711	*
xKonsumsi	-0,2981	-3,187	0,00411	**

Residual standard error: 0,01247 on 23 degree of freedom
Multiple R-squared: 0,957, Adjusted R-squared: 0,9514
F-statistic: 170,6 on 3 and 23 DF, p-value: 7,488e-16

Diperoleh estimasi parameter regresi *robust* dengan pembobotan *Tukey bisquare* yaitu $\hat{Y} = 1,359 - 1,718X_1 + 0,139X_2 - 0,298X_3$. Uji pengaruh variabel bebas terhadap variabel tak bebas, diperoleh nilai $F_{hitung} = 170,6$ dan $F_{(0,05;2;30)} = 3,32$. Karena nilai $F_{hitung} > F_{(0,05;2;30)}$, maka dapat disimpulkan bahwa variabel tak bebas mempengaruhi variabel bebas secara simultan. Berdasarkan nilai *adjusted-R square* yaitu sebesar 0,951. Artinya, variabel bebas mempengaruhi variabel tak bebas sebesar 95,1% dan sisanya 4,9% dijelaskan oleh variabel lain, Dengan nilai *standard error* yaitu sebesar 0,01247. Selanjutnya dilakukan uji pengaruh variabel bebas terhadap variabel tak bebas secara parsial. Diperoleh nilai t_{hitung} masing-masing variabel bebas adalah $X_1 = -21,410$, $X_2 = 2,570$ dan $X_3 = -3,187$ dengan nilai $t_{(0,025;;30)} = 2,042$. Karena nilai $\left|t_{hitung}\right|$ masing-masing variabel bebas lebih besar dari nilai $t_{(0,025;30)}$, maka dapat disimpulkan bahwa variabel bebas secara parsial berpengaruh signifikan terhadap variabel tak bebas.

PENUTUP

Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan maka diperoleh beberapa kesimpulan sebagai berikut.

1. Analisis regresi *robust* memberikan hasil yang lebih baik daripada MKT ketika mengestimasi koefisien regresi ketika terdapat data pencilan dilihat dari nilai *adjusted-R square* dan nilai *standard error*. Estimasi parameter MKT diperoleh nilai *adjusted R square* sebesar 0,574 dan nilai *standard error* sebesar 0,03988. Adapun estimasi parameter model regresi *robust* dengan pembobotan *Tukey bisquare* diperoleh nilai *adjusted R square* sebesar 0,951 dan nilai *standard error* sebesar 0,01247. Nilai *adjusted-R square* metode *robust* estimasi-S dengan pembobotan *Tukey bisquare* lebih besar dari nilai *adjusted-R square* MKT. Serta nilai *standard error* metode *robust* estimasi-S dengan pembobotan *Tukey bisquare* lebih kecil daripada nilai *standard error* MKT.
2. Berdasarkan model persamaan regresi *robust* estimasi-S dengan pembobotan *Tukey bisquare* yaitu $Y = 1,359 - 1,718X_1 + 0,139X_2 - 0,298X_3$. Artinya setiap kenaikan IPM sebesar 1 persen maka kemiskinan akan turun sebesar 1,718 persen dan sebaliknya, dan setiap kenaikan APS sebesar 1 persen maka kemiskinan akan naik sebesar 0,139 persen dan sebaliknya, serta apabila konsumsi naik sebesar 1 persen maka kemiskinan akan turun sebesar 0,298 persen.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Setiarini Z, Listyani E. Analisis Regresi *Robust* Estimasi-S Menggunakan Pembobotan *Welsch* dan *Tukey bisquare*. *Jurnal Matematika*. 2017; 6(1):48-55.

[2] Olive DJ. *Applied Robust Statistics.* Southern Illinois University, Carbondale;2005.

[3] Pratama YC. Analisis Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Kemiskinan di Indonesia. *Jurnal Bisnis dan Manajemen*. 2014; 4(2):210-223.

[4] Widyaningsing A, Susilawati M, Sumarjaya IW. , Estimasi Model *Seemingly Unrelated Regression* (SUR) dengan Metode *Generalized Least Square* (GLS). *Jurnal Matematika*. 2014; 4(2):102-110.

[5] Romdi, Wahyuningsih S, Yuniarti D. Regresi *Robust* Linear Sederhana dengan Menggunakan Estimasi MM. *Jurnal EKSPONENSIAL*. 2015; 6(2):179-186.

[6] Montgomery DC, Peck EA. *Introduction to Linear Regression Analysis (2nd Ed)*. John Wiley & Sons. New York. 1992.

[7] Fox J. *Robust Regression, Appendix to An R and S-PLUS Companion to Applied Regression.* 2002. http://www.saedsayed.com/docs/robustregression.pdf

[8] Susanti Y, Pratiwi H, Sulistijowati S. Optimasi Model Regresi Robust Untuk Memprediksi Produksi Kedelai Di Indonesia. *Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika, Yogyakarta*. 2013.

[9] Rousseeuw PJ, Leroy AM. *Robust Regression and Outlier Detection.* John Wiley & Sons, New York; 1987.

WIRA SETIAWAN : Fakultas MIPA Universitas Tanjungpura, Pontianak, wiramipa2014@gmail.com

NAOMI NESSYANA DEBATARAJA : Fakultas MIPA Universitas Tanjungpura, Pontianak, naominessyana@math.untan.ac.id

EVY SULISTIANINGSIH : Fakultas MIPA Universitas Tanjungpura, Pontianak, evysulistianingsih@math.untan.ac.id