Buletin Ilmiah Math, Stat, dan Terapannya (Bimaster)
Volume 08, No. 1 (2019), hal 73-82.

PENCARIAN LINTASAN TERPENDEK MENUJU RUMAH SAKIT DI PONTIANAK MENGGUNAKAN ALGORITMA DJIKSTRA, FLOYD WARSHALL DAN A STAR

Lita Novianti, Helmi, Yudhi

INTISARI

Seseorang yang mengalami kecelakaan lalu lintas tak jarang memerlukan pertolongan apabila mengalami kejadian gawat darurat. Kejadian gawat darurat adalah keadaan seseorang yang membutuhkan pertolongan segera. Pertolongan gawat darurat memiliki dua komponen utama yaitu fase pra rumah sakit dan fase rumah sakit. Pertolongan penderita yang mengalami kondisi gawat darurat pra rumah sakit yaitu kecepatan menemukan korban, kecepatan meminta pertolongan, kualitas pertolongan di tempat kejadian dan penanganan dalam perjalanan ke rumah sakit. Penanganan fase pra rumah sakit berupa sistem transportasi pasien menuju fasilitas pelayanan gawat darurat diperlukan suatu lintasan terpendek untuk mencapai lokasi. Permasalahan lintasan terpendek merupakan permasalahan optimasi yang dapat dimodelkan ke dalam graf dan dapat diselesaikan menggunakan algoritma. Tujuan penelitian ini adalah (i) untuk menentukan lintasan terpendek menuju rumah sakit yang memiliki fasilitas pelayanan Unit Gawat Darurat dan menerima pelayanan kesehatan Badan Penyelenggara Jaminan Sosial, (ii) membandingkan hasil pencarian lintasan terpendek pada algoritma Djikstra, Floyd Warshall dan A Star sehingga diperoleh algoritma yang tepat. Langkah-langkah pencarian lintasan terpendek yaitu (i) membuat graf berarah dan berbobot lintasan Unit Gawat Darurat rumah sakit di Pontianak, (ii) menemukan penyelesaian dari penerapan algoritma Djikstra, (iii) menemukan penyelesaian dari penerapan algoritma Floyd Warshall, (iv) menemukan penyelesaian dari penerapan algoritma A Star, (v) menentukan lintasan terpendek yang direkomendasikan. Berdasarkan hasil penelitian diperoleh lima lintasan terpendek dimana empat lintasan adalah sama dan satu lintasan berbeda. Pencarian lintasan paling terpendek untuk menuju lima titik tujuan Unit Gawat Darurat rumah sakit yaitu dengan menggunakan algoritma Djikstra dan algoritma Floyd Warshall.

Kata Kunci : *Lintasan terpendek, algoritma, Djikstra, Floyd Warshall, A Star*

PENDAHULUAN

Kecelakaan merupakan kejadian yang sulit diprediksi kapan dan dimana akan terjadi. Seseorang yang mengalami kecelakaan lalu lintas dan mengalami kondisi gawat darurat tak jarang memerlukan pertolongan segera terutama pertolongan berupa penanganan perjalanan ke rumah sakit. Gawat darurat adalah keadaan seseorang memerlukan pertolongan dengan segera karena apabila tidak mendapatkan pertolongan dengan segera maka dapat mengancam jiwanya atau menimbulkan kecacatan permanen [1]. Pertolongan gawat darurat memiliki dua komponen utama yaitu fase pra rumah sakit dan fase rumah sakit. Pertolongan penderita yang mengalami kondisi gawat darurat pra rumah sakit salah satunya yaitu penanganan dalam perjalanan ke rumah sakit [2]. Pengambilan keputusan tentang rujukan lokasi pelayanan Unit Gawat Darurat diperlukan suatu lintasan terpendek untuk menuju ke rumah sakit. Permasalahan pencarian lintasan terpendek merupakan permasalahan optimasi yang dapat dimodelkan ke dalam suatu graf. Suatu graf G terdiri dari dua himpunan yang berhingga, yaitu himpunan titik-titik $V(G)$ dan himpunan garis-garis $V(G)$ [3]. Setiap garis pada suatu graf terdapat bobot garis yang menyatakan jarak antara dua buah titik. Berdasarkan bobot garisnya graf dapat dibagi menjadi dua yaitu graf berbobot dan graf tak berbobot. Graf berbobot yaitu suatu graf tanpa garis paralel dengan garisnya berhubungan dengan suatu bilangan rill tak negatif yang menyatakan bobot garis tersebut [4].

Memecahkan masalah lintasan terpendek pada suatu graf dapat menggunakan algoritma. Algoritma adalah urutan langkah-langkah untuk melakukan pekerjaan tertentu yang berarti urutan langkah-langkah tersebut untuk menyelesaikan masalah. Adapun algoritma yang digunakan pada penelitian ini adalah algoritma Djikstra, Floyd Warshal dan A Star. Algoritma Djikstra adalah algoritma yang bersifat *greedy* yaitu pada proses perhitungan dikenakan pada seluruh titik yang ada, maka untuk mempercepat perhitungan dipilih titik-titik tertentu yang searah dan titik-titik tersebut kemungkinan besar dilalui pada suatu lintasan untuk mencapai tujuan [5]. Pada algoritma Floyd Warshall setiap langkahnya menghitung bobot terkecil dari semua lintasan yang menghubungkan sebuah pasang titik dan melakukannya sekaligus untuk semua pasang titik [6]. Algoritma A Star adalah algoritma yang menggunakan estimasi jarak terdekat untuk mencapai tujuan dan memiliki fungsi heuristik yang digunakan sebagai dasar pertimbangan pemilihan lintasan. Heuristik adalah penilai yang memberi harga pada setiap titik yang memandu A Star untuk mendapatkan solusi yang dicari. Pada saat pencarian lintasan terpendek algoritma A Star memperhatikan nilai $f(v_i)$ terkecil yaitu nilai yang diperoleh dari penjumlahan nilai $g(v_i)$ bobot yang telah dikeluarkan dari titik awal ke titik v_i dengan nilai $h(v_i)$ estimasi bobot untuk sampai pada tujuan dari titik v_i [7].

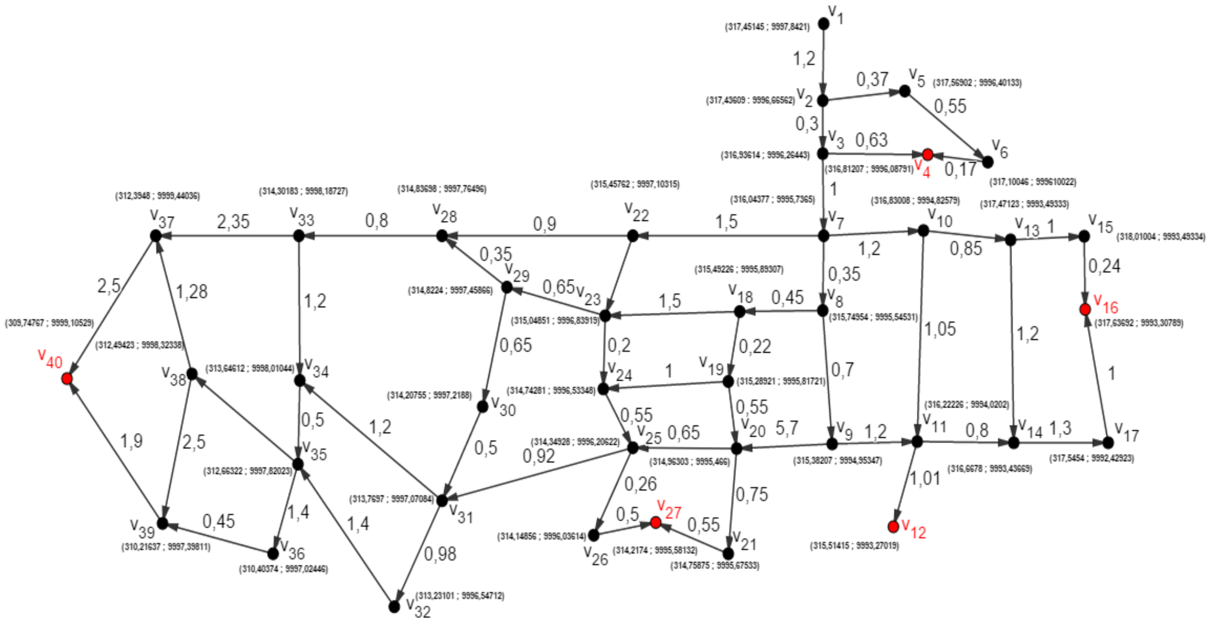
Pencarian lintasan terpendek yang dibahas pada penelitian ini adalah (1) bagaimana menentukan lintasan terpendek menuju rumah sakit yang memiliki Unit Gawat Darurat (UGD) dan menerima pelayanan kesehatan Badan Penyelenggara Jaminan Sosial (BPJS), (2) bagaimana menentukan lintasan terpendek menggunakan algoritma Djikstra, algoritma Floyd Warshall dan algoritma A Star. Tujuan dari penelitian ini adalah (1) menentukan lintasan terpendek menuju rumah sakit yang memiliki fasilitas Unit Gawat Darurat dan menerima pelayanan kesehatan Badan Penyelenggara Jaminan Sosial, (2) membandingkan hasil pencarian lintasan terpendek pada algoritma Djikstra, algoritma Floyd Warshall dan algoritma A Star sehingga diperoleh algoritma yang tepat. Batasan masalah pada penelitian ini adalah (1) pencarian lintasan terpendek menuju rumah sakit di Pontianak yang memiliki fasilitas Unit Gawat Darurat (UGD) dan menerima pelayanan kesehatan Badan Penyelenggara Jaminan Sosial (BPJS), (2) kejadian gawat darurat dibatasi untuk kasus kecelakaan lalu lintas, (3) menggunakan algoritma Djikstra, algoritma Floyd Warshall dan algoritma A Star untuk menentukan lintasan terpendek.

Langkah awal pencarian lintasan terpendek yaitu data yang sudah ada direpresentasikan ke dalam graf berarah dan berbobot kemudian menemukan penyelesaian dari penerapan algoritma Djikstra, menemukan penyelesaian dari penerapan algoritma Floyd Warshall, menemukan penyelesaian dari penerapan algoritma A Star, membandingkan hasil pencarian lintasan terpendek pada algoritma Djikstra, algoritma Floyd Warshall dan algoritma A Star, serta menentukan lintasan terpendek yang direkomendasikan.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada penelitian ini graf yang digunakan adalah graf berarah dan berbobot yang terdiri dari 40 titik dan 55 garis. Titik tersebut terdiri dari satu titik rawan kecelakaan yang merupakan titik awal, lima titik tujuan rumah sakit, 34 titik merupakan persimpangan jalan serta 55 garis yang masing-masing memiliki bobot pada setiap garisnya. Titik awal pencarian lintasan terpendek yaitu v_1 titik rawan kecelakaan pada jalan Sultan Hamid II KM 02-03 dengan titik tujuan pertama yaitu v_4, titik tujuan kedua v_{12}, titik tujuan ketiga v_{16}, titik tujuan keempat v_{27} dan titik tujuan kelima v_{40}. Titik v_4 adalah RSI. YARSI, titik v_{12} adalah RS. Universitas Tanjungpura, titik v_{16} adalah RSUD dr. Soedarso, titik v_{27} adalah RS. Bhayangkara, dan titik v_{40} adalah RSUD Sultan Syarif Mohamad Alkadrie.

Data titik rawan kecelakaan diperoleh dari Ditlantas Kepolisian Daerah Kalimantan Barat, data rumah sakit umum yang memiliki fasilitas UGD dan menerima pelayanan kesehatan BPJS diperoleh dari Dinas Kesehatan Kota Pontianak, data letak lokasi rumah sakit, ruas jalan, jarak antara rumah sakit dengan persimpangan serta titik koordinat diperoleh dengan bantuan *google maps*. Pencarian lintasan terpendek untuk menuju ke rumah sakit yang memiliki fasilitas UGD dan menerima pelayanan BPJS dapat dimodelkan ke dalam graf. Berdasarkan data yang diperoleh dapat dibentuk graf seperti pada Gambar 1 berikut.



Gambar 1 Model Graf Berarah dan Berbobot

ALGORITMA DJIKSTRA PADA PENCARIAN LINTASAN UGD RUMAH SAKIT TERDEKAT

Langkah awal pencarian lintasan terpendek menggunakan algoritma Djikstra yaitu mempresentasikan bentuk graf ke dalam matriks berukuran $n \times n$ dengan $n = 40$ adalah banyaknya titik. Pencarian lintasan terpendek ke setiap titik dilakukan dari titik v_1 kemudian mencari lintasan ke titik lainnya tahap demi tahap dengan memperhatikan bobot minimum pada tiap iterasi.

Misalkan :

L	= Himpunan titik permanen yang sudah terpilih pada lintasan terpendek
$V(G)$	= Himpunan titik $\{v_1, v_2, \dots, v_{40}\}$
V'	= Himpunan titik yang belum terpilih pada lintasan terpendek
$D(1,i)$	= Jumlah bobot lintasan terpendek dari v_1 ke v_i
$W_{k,i}$	= Bobot lintasan dari titik v_k (titik permanen) ke v_i pada matriks

Pencarian lintasan terpendek menuju titik tujuan pertama v_4 dimulai dari titik v_1. Langkah kedua tentukan titik tujuan pertama yaitu v_4 dan pilih titik yang searah kemungkinan besar dilalui dalam satu lintasan untuk mencapai titik v_4. Hal ini dilakukan untuk mempermudah perhitungan agar lebih cepat dan efisien. Titik-titik yang terpilih tersebut adalah v_2, v_3, v_4, v_5 dan v_6.

Langkah ketiga menentukan nilai $D(1,i)$ pada titik-titik yang sudah terpilih v_2, v_3, v_4, v_5 dan v_6.

1. Iterasi pertama

Nilai $D(1,2) = 1{,}2, D(1,3) = \infty, D(1,4) = \infty, D(1,5) = \infty,$ dan $D(1,6) = \infty$. Nilai ∞ yang menunjukan tidak ada garis yang menghubungkan dari titik v_1 ke titik lainnya selain ke titik v_2. Nilai $D(1,i)$ terkecil adalah $D(1,2)$ sehingga $L = \{v_2\}$, $V' = \{v_2, v_3, \dots, v_{40}\}$, $v_k = v_2$ dan $V' - L = \{v_2, v_3, \dots, v_{40}\} - \{v_2\} = \{v_3, v_4, \dots, v_{40}\}$.

2. Iterasi kedua

Pada iterasi pertama nilai $D(1,i)$ terkecil adalah $D(1,2)$ dengan $i = 2$ yang berarti titik v_2 merupakan titik permanen dan digunakan pada iterasi kedua. Nilai $D(1,i)$ yang baru untuk $i = 3,4,5,6$ pada iterasi kedua adalah:

$$D(1,i) = min\,\{D(1,i), (D(1,k) + W_{k,i})\}$$

$D(1{,}3) = min\left\{D(1{,}3), (D(1{,}2) + W_{2,3})\right\} = min\{\infty, (1{,}2 + 0{,}3)\} = 1{,}5$
$D(1{,}4) = min\left\{D(1{,}4), (D(1{,}2) + W_{2,4})\right\} = min\{\infty, (1{,}2 + \infty)\} = \infty$
$D(1{,}5) = min\left\{D(1{,}5), (D(1{,}2) + W_{2,5})\right\} = min\{\infty, (1{,}2 + 0{,}37)\} = 1{,}57$
$D(1{,}6) = min\left\{D(1{,}6), (D(1{,}2) + W_{2,6})\right\} = min\{\infty, (1{,}2 + \infty)\} = \infty.$
Nilai $D(1, i)$ yang terkecil adalah $D(1{,}3) = 1{,}5$ sehingga titik permanen selanjutnya adalah v_3 dan $L = \{v_2, v_3\}$.

3. Iterasi ketiga

Pada iterasi kedua nilai $D(1, i)$ terkecil adalah $D(1{,}3)$ dengan $i = 3$ yang berarti titik v_3 merupakan titik permanen dan digunakan pada iterasi ketiga. Nilai $D(1, i)$ yang baru untuk $i = 4{,}5{,}6$ pada iterasi ketiga adalah:
$D(1{,}4) = min\left\{D(1{,}4), (D(1{,}3) + W_{3,4})\right\} = min\{\infty, (1{,}5 + 0{,}63)\} = 2{,}13$
$D(1{,}5) = min\left\{D(1{,}5), (D(1{,}3) + W_{3,5})\right\} = min\{1{,}57, (1{,}5 + \infty)\} = 1{,}57$
$D(1{,}6) = min\left\{D(1{,}6), (D(1{,}3) + W_{3,6})\right\} = min\{\infty, (1{,}5 + \infty)\} = \infty.$
Nilai $D(1, i)$ yang terkecil adalah $D(1{,}5) = 1{,}57$ sehingga titik permanen selanjutnya adalah v_5 dan $L = \{v_2, v_3, v_5\}$.

4. Iterasi keempat

Pada iterasi ketiga nilai $D(1, i)$ terkecil adalah $D(1{,}5)$ dengan $i = 5$ yang berarti titik v_5 merupakan titik permanen dan digunakan pada iterasi keempat. Nilai $D(1, i)$ yang baru untuk $i = 4{,}6$ pada iterasi keempat adalah:
$D(1{,}4) = min\left\{D(1{,}4), (D(1{,}5) + W_{5,4}\right\} = min\{2{,}13, (1{,}57 + \infty)\} = 2{,}13$
$D(1{,}6) = min\left\{D(1{,}6), (D(1{,}5) + W_{5,6}\right\} = min\{\infty, (1{,}57 + 0{,}55)\} = 2{,}12.$
Nilai $D(1, i)$ yang terkecil adalah $D(1{,}6) = 2{,}12$ sehingga titik permanen selanjutnya adalah v_6 dan $L = \{v_2, v_3, v_5, v_6\}$.

5. Iterasi kelima

Pada iterasi keempat nilai $D(1, i)$ terkecil adalah $D(1{,}5)$ dengan $i = 5$ yang berarti titik v_5 merupakan titik permanen dan digunakan pada iterasi kelima. Nilai $D(1, i)$ yang baru untuk $i = 4$ pada iterasi kelima adalah:
$D(1{,}4) = min\left\{D(1{,}4), (D(1{,}6) + W_{6,4}\right\} = min\{2{,}13, (2{,}12 + 0{,}17)\} = 2{,}13.$
Nilai $D(1, i)$ yang terkecil pada iterasi kelima untuk $i = 4{,}7{,}8, \ldots 40$ adalah $D(1{,}4) = 2{,}13$ sehingga $L = \{v_2, v_3, v_5, v_6, v_4\}$. Iterasi dihentikan karena semua titik yang terpilih telah menjadi titik permanen atau sudah ada pada L.

Pada iterasi ketiga untuk sampai pada titik v_4 dengan melewati titik v_3 bobot terkecilnya adalah 2,13. Pada iterasi keempat dan kelima untuk sampai pada titik v_4 dapat juga melewati titik v_5 lalu melewati titik v_6 akan tetapi bobot yang dihasilkan lebih besar dari pada bobot yang dihasilkan dengan hanya melewati titik v_3, sehingga lintasan terpendek yang dilalui untuk sampai ke titik v_4 adalah melalui titik v_2, v_3 dan v_4 dengan bobot minimumnya adalah 2,13.

Langkah yang sama dilakukan untuk mencari lintasan terpendek menuju empat titik tujuan lainnya. Lintasan terpendek yang dilalui untuk sampai pada empat titik tujuan lainnya dapat dijelaskan pada Tabel 2.

ALGORITMA FLOYD WARSHALL PADA PENCARIAN LINTASAN UGD RUMAH SAKIT TERDEKAT

Langkah awal pencarian lintasan terpendek menggunakan algoritma Floyd warshall adalah mempresentasikan bentuk graf ke dalam matriks berukuran $n \times n$ dengan $n = 40$ dengan matriks awal $W^{(0)}$ dengan entri-entri pada matriks menyatakan nilai bobot pada setiap garis. Langkah kedua yaitu melakukan proses perhitungan nilai kolom pada matriks $W^{(j)}$ sebanyak $n = 40$. Kemudian untuk setiap

i, j tentukan nilai $W_{i,j}^{(j)}$ (entri pada matriks $W^{(j)}$ baris ke i kolom ke j). Nilai ∞ pada matriks menyatakan tidak ada bobot garis atau tidak terdapat garis yang menghubungkan sepasang titik pada graf. Berikut adalah matriks awal yang dibentuk berdasarkan graf pada Gambar 1.

$$W^{(0)} = \begin{array}{c c} & \begin{array}{ccccccccccc} v_1 & v_2 & v_3 & v_4 & v_5 & \cdots & v_{36} & v_{37} & v_{38} & v_{39} & v_{40} \end{array} \\ \begin{array}{c} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \\ \vdots \\ v_{36} \\ v_{37} \\ v_{38} \\ v_{39} \\ v_{40} \end{array} & \begin{bmatrix} \infty & 1,2 & \infty & \infty & \infty & \cdots & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & 0,3 & \infty & 0,37 & \cdots & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & 0,63 & \infty & \cdots & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \cdots & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \cdots & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \cdots & \infty & \infty & \infty & 0,45 & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \cdots & \infty & \infty & \infty & \infty & 2,5 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \cdots & \infty & 1,28 & \infty & 2,5 & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \cdots & \infty & \infty & \infty & \infty & 1,9 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \cdots & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \end{bmatrix} \end{array}$$

1. Menentukan nilai pada kolom v_1
   Berdasarkan Gambar 1 tidak terdapat penghubung ke titik v_1 sehingga nilai entri $W_{1,1}^{(1)}, W_{2,1}^{(1)}, W_{3,1}^{(1)}, \dots, W_{40,1}^{(1)} = \infty$ sehingga matriks $W^{(1)} = W^{(0)}$.

$$W^{(1)} = \begin{array}{c c} & \begin{array}{ccccccccccc} v_1 & v_2 & v_3 & v_4 & v_5 & \cdots & v_{36} & v_{37} & v_{38} & v_{39} & v_{40} \end{array} \\ \begin{array}{c} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \\ \vdots \\ v_{36} \\ v_{37} \\ v_{38} \\ v_{39} \\ v_{40} \end{array} & \begin{bmatrix} \infty & 1,2 & \infty & \infty & \infty & \cdots & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & 0,3 & \infty & 0,37 & \cdots & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & 0,63 & \infty & \cdots & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \cdots & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \cdots & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \cdots & \infty & \infty & \infty & 0,45 & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \cdots & \infty & \infty & \infty & \infty & 2,5 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \cdots & \infty & 1,28 & \infty & 2,5 & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \cdots & \infty & \infty & \infty & \infty & 1,9 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \cdots & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \end{bmatrix} \end{array}$$

2. Menentukan nilai pada kolom v_2
   Berdasarkan Gambar 1 terdapat penghubung ke titik v_2 yaitu dari titik v_1 ke titik v_2 dengan $W_{1,2}^{(1)} = 1,2$ dan $W_{1,1}^{(1)} + W_{1,2}^{(1)} = \infty + 1,2 = \infty$. Karena $W_{1,2}^{(1)} \ngtr W_{1,1}^{(1)} + W_{1,2}^{(1)}$ maka nilai $W_{1,2}^{(2)}$pada matriks $W^{(2)}$ tetap bernilai 1,2 sehingga matriks $W^{(2)} = W^{(1)}$. Matriks $W^{(2)}$ hasil dari iterasi kedua adalah sebagai berikut.

$$
W^{(2)} = \begin{array}{cc}
 & \begin{array}{ccccccccccc} v_1 & v_2 & v_3 & v_4 & v_5 & \cdots & v_{36} & v_{37} & v_{38} & v_{39} & v_{40} \end{array} \\
\begin{array}{c} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \\ \vdots \\ v_{36} \\ v_{37} \\ v_{38} \\ v_{39} \\ v_{40} \end{array} &
\begin{bmatrix}
\infty & 1{,}2 & \infty & \infty & \infty & \cdots & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\
\infty & \infty & 0{,}3 & \infty & 0{,}37 & \cdots & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\
\infty & \infty & \infty & 0{,}63 & \infty & \cdots & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\
\infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \cdots & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\
\infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \cdots & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
\infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \cdots & \infty & \infty & \infty & 0{,}45 & \infty \\
\infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \cdots & \infty & \infty & \infty & \infty & 2{,}5 \\
\infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \cdots & \infty & 1{,}28 & \infty & 2{,}5 & \infty \\
\infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \cdots & \infty & \infty & \infty & \infty & 1{,}9 \\
\infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \cdots & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty
\end{bmatrix}
\end{array}
$$

3. Menentukan nilai pada kolom v_3

   Berdasarkan Gambar 1 terdapat penghubung ke titik v_3 yaitu dari titik v_2 ke titik v_3 dengan $W_{2,3}^{(2)} = 0{,}3$ dan $W_{1,2}^{(2)} + W_{2,3}^{(2)} = 1{,}2 + 0{,}3 = 1{,}5$. Karena $W_{1,3}^{(2)} > W_{1,2}^{(2)} + W_{2,3}^{(2)}$ maka nilai $W_{1,3}^{(3)}$pada matriks $W^{(3)}$ menjadi 1,5. Hal ini berarti terdapat lintasan dari titik v_1 ke titik v_3 yaitu melalui titik v_2. Matriks $W^{(3)}$ adalah sebagai berikut.

$$
W^{(3)} = \begin{array}{cc}
 & \begin{array}{ccccccccccc} v_1 & v_2 & v_3 & v_4 & v_5 & \cdots & v_{36} & v_{37} & v_{38} & v_{39} & v_{40} \end{array} \\
\begin{array}{c} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \\ \vdots \\ v_{36} \\ v_{37} \\ v_{38} \\ v_{39} \\ v_{40} \end{array} &
\begin{bmatrix}
\infty & 1{,}2 & 1{,}5 & \infty & \infty & \cdots & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\
\infty & \infty & 0{,}3 & \infty & 0{,}37 & \cdots & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\
\infty & \infty & \infty & 0{,}63 & \infty & \cdots & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\
\infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \cdots & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\
\infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \cdots & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
\infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \cdots & \infty & \infty & \infty & 0{,}45 & \infty \\
\infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \cdots & \infty & \infty & \infty & \infty & 2{,}5 \\
\infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \cdots & \infty & 1{,}28 & \infty & 2{,}5 & \infty \\
\infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \cdots & \infty & \infty & \infty & \infty & 1{,}9 \\
\infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \cdots & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty
\end{bmatrix}
\end{array}
$$

Lakukan langkah yang sama seperti menentukan nilai kolom v_3 untuk menentukan nilai kolom v_4 sampai dengan kolom v_{40}. Setelah diperoleh nilai pada kolom v_{40} maka iterasi dihentikan dan diperoleh matriks akhir yaitu matriks $W^{(40)}$ yang merupakan matriks lintasan terpendek dari semua titik ke semua titik.

Setelah mendapatkan matriks akhir maka langkah terakhir adalah menentukan titik-titik yang dilalui pada lintasan terpendek untuk mencapai titik tujuan dengan memperhatikan perubahan bobot dari setiap iterasi. Misalkan dari titik v_1 menuju ke titik v_4 (RSI. YARSI). Pada iterasi keempat (menentukan nilai kolom v_4), bobot lintasan terpendek dari titik v_1 ke titik v_4 sebesar 2,13. Titik yang dapat terhubung ke titik v_4 adalah titik v_3 dan v_6 sehingga terdapat lintasan ke titik v_4 yaitu melalui titik v_3 dan v_6. Bobot lintasan dari titik v_3 ke titik v_4 sebesar 0,63 sedangkan bobot lintasan dari titik v_6 ke titik v_4 sebesar 0,17. Nilai $W_{1,3}^{(3)} + W_{3,4}^{(3)} = 2{,}13$ yang berarti untuk menuju titik v_4 dapat melalui titik v_3. Pada iterasi ketiga, lintasan terpendek dari titik v_1 ke v_3 adalah sebesar 1,5 dengan melalui titik v_2. Hal ini berarti terdapat lintasan dari v_1 menuju titik v_4 dengan melalui v_2 dan v_3 dengan bobot 2,13. Sehingga lintasanerpendek dari titik v_1 ke v_4 adalah $v_1 \rightarrow v_2 \rightarrow v_3 \rightarrow v_4$ dengan bobot sebesar 2,13. Adapun hasil perhitungan dengan menggunakan algoritma Floyd Warshall dijelaskan pada Tabel 1.

Tabel 1 Hasil Perhitungan dengan Algoritma Floyd Warshall

	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7	v_8	v_9	v_{10}	v_{11}	v_{12}	$\cdots$	v_{40}
v_1	∞	1,2	1,5	2,13	1,57	2,12	2,5	2,85	3,55	3,7	4,75	5,76	$\cdots$	10,55
v_2	∞	∞	0,3	0,93	0,37	0,92	1,3	1,65	2,35	2,5	3,55	4,56	$\cdots$	9,35
v_3	∞	∞	∞	0,63	∞	∞	1	1,35	2,05	2,2	3,05	4,26	$\cdots$	9,05
v_4	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	$\cdots$	∞
v_5	∞	∞	∞	∞	∞	0,55	∞	∞	∞	∞	∞	∞	$\cdots$	∞
v_6	∞	∞	∞	0,17	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	$\cdots$	∞
v_7	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	0,35	∞	1,2	2,25	3,26	$\cdots$	8,05
v_8	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	0,7	∞	1,9	2,91	$\cdots$	8,24
v_9	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	1,2	2,21	$\cdots$	12,72
v_{10}	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	1,05	2,06	$\cdots$	∞
v_{11}	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	1,01	$\cdots$	∞
v_{12}	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	$\cdots$	∞
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	∞	$\vdots$	$\vdots$
v_{40}	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞

ALGORITMA A STAR PADA PENCARIAN LINTASAN UGD RUMAH SAKIT TERDEKAT

Algoritma A Star merupakan salah satu algoritma yang digunakan untuk mencari lintasan terpendek. Algoritma A Star menggunakan estimasi jarak terpendek untuk mencapai titik tujuan (*goal*) dan memiliki nilai heuristik yang digunakan sebagai dasar pertimbangan pemilihan lintasan. Ada beberapa antrian pada algoritma A Star yaitu $OPEN$ dan $CLOSED$. Himpunan $OPEN$ merupakan titik-titik yang sudah dibangkitkan dan sudah memiliki fungsi heuristik yaitu nilai $h(v_i)$ tetapi belum diuji sedangkan himpunan $CLOSED$ merupakan titik-titik yang sudah diuji. Adapun persamaan dari algoritma A Star yang digunakan adalah sebagai berikut:

$$f(v_i) = g(v_i) + h(v_i) \tag{1}$$

dengan $f(v_i)$ adalah fungsi evaluasi untuk titik v_i, $g(v_i)$ adalah nilai bobot yang sudah dikeluarkan dari titik awal ke titik v_i dan $h(v_i)$ adalah estimasi bobot untuk sampai pada suatu tujuan dari titik $v_{i.}$ Selanjutnya untuk menentukan nilai $h(v_i)$ dapat menggunakan persamaan sebagai berikut:

$$h(v_i) = \sqrt{(x_{v_i} - x_{goal})^2 + (y_{v_i} - y_{goal})^2} \tag{2}$$

dengan x_{v_i} merupakan nilai koordinat x pada titik v_i, x_{goal} merupakan nilai koordinat x pada titik tujuan, y_{v_i} merupakan nilai koordinat y pada titik v_i dan y_{goal} merupakan nilai koordinat y pada titik tujuan. Adapun langkah-langkah menentukan lintasan terpendek pada algoritma A Star adalah sebagai berikut.

1. Titik tujuan v_4 (Rumah Sakit Islam YARSI)

   Langkah pertama misalkan $OPEN = \{\ \}$, $CLOSED = \{\ \}$ dan tentukan titik awal v_1 dan titik tujuan v_4. Langkah kedua masukkan titik awal v_1 ke $OPEN$ sehingga $OPEN = \{v_1\}$, kemudian periksa apakah titik terpilih v_1 merupakan titik tujuan, apabila bukan merupakan titik tujuan maka keluarkan v_1 dari $OPEN$ dan pindahkan ke $CLOSED$ sehingga $OPEN = \{\ \}$ dan $CLOSED = \{v_1\}$. Langkah ketiga yaitu hitung jumlah lintasan yang dapat dilalui dari titik terpilih v_1. Jumlah lintasan yang dapat dilalui berjumlah satu lintasan yaitu lintasan ke titik v_2. Lakukan iterasi sebanyak satu kali pada titik v_2.

Iterasi 1 periksa apakah titik v_2 berada di $OPEN$ atau di $CLOSED$ atau tidak berada dikeduanya. Titik v_2 tidak berada di $OPEN$ maupun $CLOSED$ sehingga titik v_2 dimasukan ke $OPEN$ maka $OPEN = \{v_2\}$. Selanjutnya akan dihitung nilai $g(v_i)$, $h(v_i)$ dan $f(v_i)$. Nilai $g(v_2)$ merupakan jarak titik v_1 ke titik v_2

yaitu 1,2 km dan nilai $h(v_2)$ serta $f(v_2)$ diperoleh dengan menggunakan persamaan (2) dan persamaan (1).

$$
\begin{aligned}
h(v_2) &= \sqrt{(317{,}43609 - 316{,}81207)^2 + (9996{,}66562 - 9996{,}08791)^2} \\
&= \sqrt{0{,}72314} \\
&= 0{,}85037 \\
f(v_2) &= g(v_2) + h(v_2) \\
&= 1{,}2 + 0{,}85037 \\
&= 2{,}0503
\end{aligned}
$$

Langkah keempat yaitu menentukan nilai $f(v_i)$ terkecil. Nilai $f(v_i)$ terkecil adalah nilai $f(v_2)$ yaitu sebesar 2,0503 sehingga titik v_2 dimasukkan ke dalam titik terpilih $T_p = \{v_2\}$. Kemudian periksa apakah titik v_2 merupakan titik tujuan apabila bukan titik tujuan maka titik v_2 dipindahkan dari $OPEN$ ke $CLOSED$ sehingga $OPEN = \{\quad\}$ dan $CLOSED = \{v_1, v_2\}$.

Langkah kelima yaitu menghitung jumlah lintasan yang dapat dilalui dari titik terpilih v_2. Jumlah lintasan yang dapat dilalui sebanyak dua lintasan yaitu ke titik v_3 dan ke titik v_5. Lakukan iterasi sebanyak dua kali.

Iterasi 1 (pada titik v_3) periksa apakah titik v_3 berada pada $OPEN$ atau $CLOSED$ atau tidak pada $OPEN$ maupun $CLOSED$. Titik v_3 tidak berada pada $OPEN$ maupun $CLOSED$ sehingga titik v_3 dimasukkan ke $OPEN$ maka $OPEN = \{v_3\}$. Kemudian hitung nilai $g(v_3)$, $h(v_3)$ dan $f(v_3)$ sehingga diperoleh sebagai berikut

$$
\begin{aligned}
g(v_3) &= g(v_2) + \text{jarak titik } v_2 \text{ ke titik } v_3 \\
&= 1{,}2 + 0{,}3 \\
&= 1{,}5 \\
h(v_3) &= \sqrt{(316{,}93614 - 316{,}81207)^2 + (9996{,}26443 - 9996{,}08791)^2} \\
&= \sqrt{0{,}04657} \\
&= 0{,}2158 \\
f(v_3) &= g(v_3) + h(v_3) \\
&= 1{,}5 + 0{,}2158 \\
&= 1{,}7158
\end{aligned}
$$

Iterasi 2 (pada titik v_5) periksa apakah titik v_5 berada pada $OPEN$ atau $CLOSED$ atau tidak pada $OPEN$ maupun $CLOSED$. Titik v_5 tidak berada pada $OPEN$ maupun $CLOSED$ sehingga titik v_5 dimasukkan ke $OPEN$ maka $OPEN = \{v_5\}$. Kemudian hitung nilai $g(v_5)$, $h(v_5)$ dan $f(v_5)$ sehingga diperoleh sebagai berikut

$$
\begin{aligned}
g(v_5) &= g(v_3) + \text{jarak titik } v_2 \text{ ke titik } v_5 \\
&= 1{,}2 + 0{,}37 \\
&= 1{,}57 \\
h(v_3) &= \sqrt{(317{,}5602 - 316{,}81207)^2 + (9996{,}40133 - 9996{,}08791)^2} \\
&= \sqrt{0{,}6713} \\
&= 0{,}81932 \\
f(v_5) &= g(v_5) + h(v_5) \\
&= 1{,}57 + 0{,}81932 \\
&= 2{,}38932
\end{aligned}
$$

Langkah keenam yaitu tentukan nilai $f(v_i)$ terkecil. Pada langkah sebelumnya diperoleh $OPEN = \{v_3, v_5\}$ kemudian bandingkan nilai $f(v_3)$ dan $f(v_5)$. Nilai $f(v_3) = 1{,}7158$ dan nilai $f(v_5) = 2{,}38932$. Pilih nilai yang paling terkecil yaitu nilai $f(v_3)$ sehingga titik v_3 menjadi titik terpilih. Kemudian periksa apakah titik v_3 merupakan titik tujuan atau tidak. Karena titik v_3 bukan titik tujuan maka titik v_3 dipindahkan dari $OPEN$ ke $CLOSED$ sehingga $OPEN = \{v_5\}$ dan $CLOSED = \{v_1, v_2, v_3\}$.

Lakukan langkah yang sama pada titik-titik lain dengan cara yang sama seperti pada langkah sebelumnya. Langkah-langkah dihentikan hingga mencapai titik tujuan atau titik terpilih sama dengan titik tujuan. Apabila titik terpilih sama dengan titik tujuan maka untuk memperoleh lintasan terpendek dilakukan lintasan balik dengan menentukan *parent* pada setiap titik yang sudah terpilih. Adapun hasil lintasan balik pada titik tujuan pertama RS Islam YARSI dengan menentukan *parent* pada setiap titiknya adalah sebagai berikut.

1. *Parent* pada titik v_4 adalah titik v_3 sehingga lintasan dari $v_3 \rightarrow v_4$
2. *Parent* pada titik v_3 adalah titik v_2 sehingga lintasan dari $v_2 \rightarrow v_3 \rightarrow v_4$
3. *Parent* pada titik v_2 adalah titik v_1 sehingga lintasan dari $v_1 \rightarrow v_2 \rightarrow v_3 \rightarrow v_4$

Sehingga diperoleh lintasan terpendek untuk menuju ke titik tujuan pertama v_4 adalah $v_1 \rightarrow v_2 \rightarrow v_3 \rightarrow v_4$ dengan bobot lintasan sebesar 2,13. Pada titik tujuan lainnya dilakukan langkah yang sama untuk mencari lintasan pada titik tujuan v_{12}, titik tujuan v_{16}, titik tujuan v_{27} dan titik tujuan v_{40}.

Hasil lintasan terpendek untuk menuju ke lima titik tujuan dengan menggunakan ketiga algoritma dapat dilihat pada tabel 2. Pada titik tujuan v_1, v_{16} dan v_{40} lintasan yang dihasilkan dengan menggunakan algoritma Djikstra, Floyd Warshall dan A Star adalah sama dengan bobot lintasan secara berturut-turut adalah 2,13 km, 5,79 km dan 10,55 km. Adapun untuk menuju titik tujuan v_{12}, lintasan yang dihasilkan pada algoritma Djikstra berbeda dari lintasan yang dihasilkan algoritma Floyd Warshall dan algoritma A Star tetapi bobot yang dihasilkan adalah sama yaitu sebesar 5,76 km. Lintasan dan bobot menuju titik tujuan v_{40} pada algoritma Djikstra dan Floyd Warshall adalah sama dengan bobot sebesar 5,37 km sedangkan pada algoritma A Star lintasan dan bobot yang dihasilkan berbeda yaitu dengan bobot sebesar 5,48 km.

PENUTUP

1. Berdasarkan hasil pencarian lintasan terpendek menggunakan algoritma Djikstra, algoritma Floyd Warshall dan algoritma A Star dari titik rawan kecelakaan menuju ke lima titik tujuan rumah sakit menggunakan algoritma Djikstra, Floyd Warshall dan A Star dapat dijelaskan pada tabel berikut.

Tabel 2 Perbandingan Hasil Pencarian Lintasan Terpendek Algoritma Djikstra, Algoritma Floyd Warshall dan Algoritma A Star

Titik tujuan	Lintasan Terpendek		
	Djikstra	Floyd Warshall	A Star
v_4	$v_1 \rightarrow v_2 \rightarrow v_3 \rightarrow v_4$ (2,13 km)	$v_1 \rightarrow v_2 \rightarrow v_3 \rightarrow v_4$ (2,13 km)	$v_1 \rightarrow v_2 \rightarrow v_3 \rightarrow v_4$ (2,13 km)
v_{12}	$v_1 \rightarrow v_2 \rightarrow v_3 \rightarrow v_7$ $v_8 \rightarrow v_9 \rightarrow v_{11} \rightarrow v_{12}$ (5,76 km)	$v_1 \rightarrow v_2 \rightarrow v_3 \rightarrow v_7$ $v_{10} \rightarrow v_{11} \rightarrow v_{12}$ (5,76 km)	$v_1 \rightarrow v_2 \rightarrow v_3 \rightarrow v_7$ $v_{10} \rightarrow v_{11} \rightarrow v_{12}$ (5,76 km)
v_{16}	$v_1 \rightarrow v_2 \rightarrow v_3 \rightarrow v_7$ $v_{10} \rightarrow v_{13} \rightarrow v_{15} \rightarrow v_{16}$ (5,79 km)	$v_1 \rightarrow v_2 \rightarrow v_3 \rightarrow v_7$ $v_{10} \rightarrow v_{13} \rightarrow v_{15} \rightarrow v_{16}$ (5,79 km)	$v_1 \rightarrow v_2 \rightarrow v_3 \rightarrow v_7 \rightarrow$ $v_{10} \rightarrow v_{13} \rightarrow v_{15} \rightarrow v_{16}$ (5,79 km)
v_{27}	$v_1 \rightarrow v_2 \rightarrow v_3 \rightarrow v_7 \rightarrow$ $v_8 \rightarrow v_{18} \rightarrow v_{19} \rightarrow v_{20} \rightarrow$ $v_{21} \rightarrow v_{27}$ (5,37 km)	$v_1 \rightarrow v_2 \rightarrow v_3 \rightarrow v_7 \rightarrow$ $v_8 \rightarrow v_{18} \rightarrow v_{19} \rightarrow v_{20}$ $\rightarrow v_{21} \rightarrow v_{27}$ (5,37 km)	$v_1 \rightarrow v_2 \rightarrow v_3 \rightarrow v_7 \rightarrow$ $v_8 \rightarrow v_{18} \rightarrow v_{19} \rightarrow v_{20}$ $\rightarrow v_{25} \rightarrow v_{26} \rightarrow v_{27}$ (5,48 km)
v_{40}	$v_1 \rightarrow v_2 \rightarrow v_3 \rightarrow v_7 \rightarrow$ $v_{22} \rightarrow v_{28} \rightarrow v_{33} \rightarrow v_{38}$ $\rightarrow v_{40}$ (10,55)	$v_1 \rightarrow v_2 \rightarrow v_3 \rightarrow v_7 \rightarrow$ $v_{22} \rightarrow v_{28} \rightarrow v_{33} \rightarrow v_{38}$ $\rightarrow v_{40}$ (10,55)	$v_1 \rightarrow v_2 \rightarrow v_3 \rightarrow v_7 \rightarrow$ $v_{22} \rightarrow v_{28} \rightarrow v_{33} \rightarrow v_{38}$ $\rightarrow v_{40}$ (10,55)

2. Algoritma Floyd Warshall adalah algoritma yang tepat dalam menentukan lintasan terpendek untuk pencarian rumah sakit yang memiliki fasilitas UGD dan menerima pelayanan BPJS di Pontianak.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Mansjoer, Triyanti K, Savitri R, Wardhani WI, Setiowulan W. *Kapita Selekta Kedokteran Edisi Ketiga*. Jakarta: Media Aesculapis; 2007.

[2] Keputusan Menteri Kesehatan Republik Indonesia. *Tentang Standar Pelayanan Minimal Rumah Sakit*, Jakarta; 2008.

[3] Siang JJ. *Riset Operasi dalam Pendekatan Algoritmis Edisi Kedua*. Yogyakarta: Andi Offset; 2011.

[4] Siang JJ. *Matematika Diskrit dan Aplikasinya pada Ilmu Komputer*. Yogyakarta: Andi Offset; 2006.

[5] Ferdiansyah, Rizal A. Penerapan Algoritma Djikstra untuk Menentukan Rute Terpendek Pembacaan Water Induk PDAM Tirta Karta Raharja Kabupaten Tangerang. *Jurnal TICOM*. 2013; 2(1):51-57.

[6] Pandey. *Design Analysis and Algoritms*. India: University Press New Delhi; 2008.

[7] Yamin M, Talai B. Aplikasi Pencarian Jalur Terpendek pada Rumah Sakit Umum Bahteramas Menggunakan Algoritma A* (A Star). *Jurnal Informatika*. 2015; 9(2):1065-1078.

LITA NOVIANTI : Jurusan Matematika FMIPA Untan, Pontianak,
Lita.novianti889@gmail.com

HELMI : Jurusan Matematika FMIPA Untan, Pontianak,
Helmi132205@yahoo.co.id

YUDHI : Jurusan Matematika FMIPA Untan, Pontianak,
dhye_dhoank@yahoo.co.uk