

PENERAPAN SISTEM LINEAR ALJABAR *MAX-PLUS* INTERVAL WAKTU INVARIANT PADA SISTEM PRODUKSI (Studi Kasus : Produksi Minuman Khas Pontianak Lidah Buaya I Sun Vera)

Adli Gumelar, Mariatul Kiftiah, Partiwi Woro Budiartini

INTISARI

Aloe vera merupakan tumbuhan tropis yang tumbuh subur di Kota Pontianak, yang dapat diolah menjadi produk Minuman Khas Pontianak Lidah Buaya I Sun Vera. Untuk memproduksi suatu produk diperlukan penjadwalan kegiatan produksi dalam sistem produksi. Penelitian ini bertujuan mengoptimalkan produksi produk Minuman Khas Pontianak Lidah Buaya I Sun Vera. Permasalahan-permasalahan dalam jaringan yang terutama terkait dengan masalah penjadwalan dapat dimodelkan dan diselesaikan dengan aljabar *Max-Plus*. Salah satu metode pada aljabar *Max-Plus* yang dapat diaplikasikan pada sistem produksi yaitu metode Sistem Linear *Max-Plus* waktu Invariant (SLMI). Salah satu perluasan dari metode SLMI yakni Sistem Linear *Max-Plus* Interval waktu Invariant (SLMII). Pada penelitian ini digunakan data primer sistem produksi Minuman Khas Pontianak Lidah Buaya dengan delapan unit proses. Hasil penelitian menunjukkan bahwa I Sun Vera dapat memproduksi paling banyak lima kali dan paling sedikit empat kali, ketika kegiatan produksi dilakukan secara maksimal dan kontinu.

Kata kunci: interval, aljabar Max-Plus, waktu invariant

PENDAHULUAN

Minuman Khas Pontianak Lidah Buaya I Sun Vera merupakan salah satu produk I Sun Vera. I Sun Vera memproduksi produk setiap hari dengan waktu kerja jam 07.00-17.00 untuk memenuhi pemesanan pasar. Kegiatan produksi perusahaan I Sun Vera erat kaitannya dengan efektifitas penggunaan waktu dan jumlah tenaga kerja, sehingga dalam hal ini diperlukan jadwal kegiatan produksi. Jadwal kegiatan produksi dibahas pada [1] untuk menentukan waktu memulai produksi setiap produksi ke $-k$. Jadwal ini dapat mengoptimalkan waktu produksi, sehingga pengeluaran yang disebabkan oleh kegiatan produksi dapat diminimalkan. Dengan demikian I Sun Vera dapat meningkatkan keuntungan dengan meminimalkan pengeluaran. Berdasarkan masalah tersebut penerapan ilmu matematika diharapkan dapat menyelesaikannya, salah satu penerapan matematika yang sesuai yakni aljabar *Max-Plus*. Aljabar *Max-Plus* merupakan suatu struktur aljabar dengan himpunan semua bilangan real $\mathbb{R} \cup \{-\infty\}$ dilengkapi dengan operasi maksimum dinotasikan dengan \oplus dan penjumlahan dinotasikan dengan \otimes . Permasalahan dalam jaringan yang terutama terkait dengan masalah sinkronisasi dapat dimodelkan dan diselesaikan dengan aljabar *Max-Plus*. Salah satu metode pada aljabar *Max-Plus* yang dapat diaplikasikan pada sistem produksi yaitu metode Sistem Linear *Max-Plus* waktu Invariant (SLMI). Salah satu perluasan dari metode SLMI yakni Sistem Linear *Max-Plus* Interval Waktu Invariant (SLMII). Aljabar *max-Plus* diharapkan dapat menjadi cara untuk mengoptimalkan waktu produksi pada sistem produksi Minuman Khas Pontianak Lidah Buaya I Sun Vera dan waktu produksi dapat dilaksanakan secara efisien dan efektif.

SISTEM LINEAR MAX-PLUS INTERVAL WAKTU INVARIANT

Sistem Linear *Max-Plus* Waktu Invariant merupakan Sistem Kejadian Diskrit (SKD) yang mempunyai waktu aktifitas dan barisan kejadian yang deterministik pada Aljabar *Max-Plus* [2]. Sistem Linear Interval *Max-Plus* waktu invariant (SLMII) merupakan bahasan dari perluasan dari SLMII. Pada SLMII yang dibahas berupa bilangan real sedangkan SLMII yang dibahas berupa interval. Pembahasan SLMII salah satu penerapannya pada sistem produksi dan jaringan kereta api

Definisi 1 [3] *Sistem linear max-plus interval waktu invariant adalah sistem kejadian diskrit yang dapat dinyatakan dengan persamaan berikut :*

$$\begin{aligned}x(k+1) &= A \otimes x(k) \oplus B \otimes u(k+1) \\y(k) &= C \otimes x(k)\end{aligned}$$

Untuk $k = 1, 2, 3, \dots$, dengan kondisi awal $x(0) = x_0$, $A \in I(\mathbb{R})_{\text{maks}}^{n \times n}$, $B \in I(\mathbb{R})_{\text{maks}}^{n \times m}$, dan $C \in I(\mathbb{R})_{\text{maks}}^{1 \times n}$. Vektor interval $x(k) \in I(\mathbb{R})_{\text{maks}}^n$ menyatakan interval keadaan (state), $u(k) \in I(\mathbb{R})_{\text{maks}}^m$ adalah vektor interval input dan $y(k) \in I(\mathbb{R})_{\text{maks}}^1$ adalah vektor interval output sistem saat waktu ke- k .

Persamaan SLMII SISO secara khusus ditulis sebagai :

$$\begin{aligned}x(k+1) &= A \otimes x(k) \oplus B \otimes u(k+1) \\y(k) &= C \otimes x(k)\end{aligned}$$

untuk $k = 1, 2, 3, \dots$, dengan kondisi awal $x(0) = x_0$, $A \in I(\mathbb{R})_{\text{maks}}^{n \times n}$, $B \in I(\mathbb{R})_{\text{maks}}^{n \times m}$, dan $C \in I(\mathbb{R})_{\text{maks}}^{1 \times n}$. Vektor interval $x(k) \in I(\mathbb{R})_{\text{maks}}^n$ menyatakan interval keadaan (state), $u(k) \in I(\mathbb{R})_{\text{maks}}^m$ adalah vektor interval input dan $y(k) \in I(\mathbb{R})_{\text{maks}}^1$ adalah vektor interval output sistem saat waktu ke- k .

Selanjutnya dibahas analisis dan beberapa masalah *input-output* SLMII dengan kondisi awal dan suatu barisan *input* dan beberapa teorema tentang sifat *input* dan *output* secara umum dari SLMII tersebut.

Teorema 1 [3] *Diberikan suatu bilangan bulat positif p . Jika vektor interval output $y = [y(1), y(2), \dots, y(p)]^T$ dan vektor interval input $u = [u(1), u(2), \dots, u(p)]^T$ pada SLMII (A, B, C, x_0) maka*

$$y = K \otimes x_0 \oplus H \otimes u$$

dengan

$$K = \begin{bmatrix} C \otimes A \\ C \otimes A \otimes A \\ \vdots \\ C \otimes A \otimes A^{p-1} \end{bmatrix} \text{ dan } H = \begin{bmatrix} C \otimes B & \varepsilon & \dots & \varepsilon \\ C \otimes A \otimes B & C \otimes B & \dots & \varepsilon \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C \otimes A \otimes A^{p-1} \otimes B & C \otimes A \otimes A^{p-2} \otimes B & \dots & C \otimes B \end{bmatrix}$$

Selanjutnya dibahas masalah input paling lambat pada SLMII (A, B, C, x_0) . Masalah input paling lambat pada SLMII (A, B, C, x_0) adalah jika diberikan suatu bilangan bulat positif p . Diketahui vektor interval output $y = [y(1), y(2), \dots, y(p)]^T$. Misalkan vektor interval $u = [u(1), u(2), \dots, u(p)]^T$ adalah vektor interval input. Permasalahannya adalah menentukan vektor interval input u terbesar (waktu paling lambat) sehingga memenuhi $K \otimes x_0 \oplus H \otimes u \preceq_{\text{Im}} y$, dengan K dan H seperti dalam Teorema 1. Dalam sistem produksi masalah input paling lambat dapat diinterpretasikan sebagai suatu sistem produksi memiliki barisan waktu pengambilan pemesanan produk oleh konsumen, barisan waktu tersebut pada SLMII dianggap sebagai output sistem yaitu vektor interval y . Agar pemesanan produk dapat diambil tepat waktu maka dapat dicari waktu paling lambat saat bahan baku harus dimasukkan ke dalam sistem, waktu paling lambat tersebut adalah input paling lambat pada SLMII yang dianggap sebagai vektor interval u .

Teorema 2. [3] *Diberikan SLMII (A, B, C, x_0) dengan $C \otimes B \neq \varepsilon$. Jika $K \otimes x_0 \preceq_{\text{Im}} y$, maka penyelesaian masalah input paling lambat pada SLMII (A, B, C, x_0) diberikan oleh*

$$\underline{\hat{u}}_i = \min \left\{ - \left(\underline{H}^T \otimes (-\underline{y}) \right)_i, - \left(\overline{H}^T \otimes (-\overline{y}) \right)_i \right\} \text{ dan } \overline{\hat{u}} = - \left(\overline{H}^T \otimes (-\overline{y}) \right).$$

PENERAPAN SISTEM PRODUKSI MINUMAN KHAS PONTIANAK LIDAH BUAYA I SUN VERA

Proses pembuatan produk Minuman Khas Pontianak Lidah Buaya I Sun Vera tersebut diawali dengan memisahkan proses menjadi dua bagian yaitu bagian pematangan *aloe vera* dan pembuatan sirup leci. *Aloe vera* yang sudah matang kemudian dicampurkan dengan sirup leci. Untuk memenuhi pesanan pasar dilakukan produksi setiap harinya, sehingga diperlukan jadwal yang terkait dengan kegiatan produksi tersebut. Menggunakan Sistem Linear *Max-plus* Interval Waktu Invariant (SLMII) diperoleh model matematika, jadwal kegiatan produksi dan jadwal produksi pemesanan untuk membantu proses produksi pada produk Minuman Khas Pontianak Lidah Buaya I Sun Vera. Pada penelitian ini digunakan SLMII SISO, Asumsi-sumsi yang ada pada produksi Minuman Khas Pontianak Lidah Buaya I Sun Vera sebagai berikut :

1. Proses produksi dihitung secara kontinu untuk setiap unit pemerosesan dengan jumlah pekerja 7-10 orang.
2. Suatu unit pemerosesan hanya dapat mulai berkerja untuk suatu produk baru jika telah menyelesaikan pemerosesan produk sebelumnya.
3. Suatu unit pemerosesan dapat selalu berkerja pada kondisi awal dan untuk berikutnya tidak perlu menunggu kedatangan bahan baku karena bahan baku selalu ada.
4. Dalam sekali produksi menggunakan 25 kg *aloe vera* yang siap diolah (sudah direndam dan dipotong) yang menghasilkan 95 balok yang berisi lima kemasan.
5. Proses produksi tidak mengalami gangguan dan tidak mengalami cacat produk
6. Kegiatan produksi dilakukan dengan jadwal produksi yang periodik sistem kerja dibuat per *shift*, sehingga tenaga perkerja tidak terlalu terkuras.
7. Waktu referensi yang digunakan untuk memulai kegiatan produksi yaitu pukul 07.00 – 17.00 WIB (600 menit).
8. Waktu untuk persiapan bahan yang akan diproses tidak diperhatikan ($u(1) = 0$) dimana $k = 0$ sehingga k dimulai dari 1,2,3
9. Keadaan awal pada sistem untuk setiap unit pemerosesan yakni $x(0) = [[0,0], [0,0], [\varepsilon, \varepsilon], [\varepsilon, \varepsilon], [\varepsilon, \varepsilon], [\varepsilon, \varepsilon], [\varepsilon, \varepsilon], [\varepsilon, \varepsilon]]^T$.
10. Pada input sistem dan antar unit pemerosesan terdapat penyangga (*buffer*) yang berturut-turut disebut *buffer input* dan *buffer internal*, dengan kapasitas yang cukup besar menjamin tidak ada penyangga yang meluap (*overflow*).

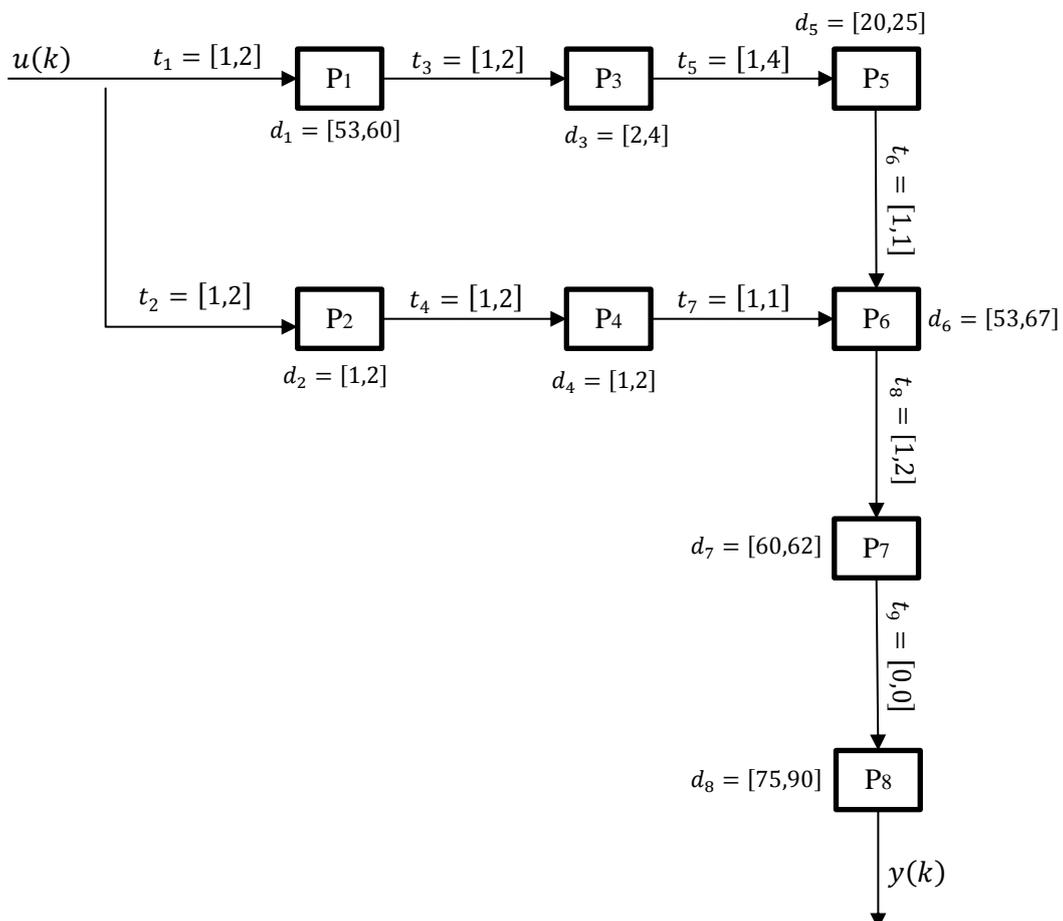
Data yang digunakan pada penelitian ini berupa data primer tentang waktu yang diperlukan setiap unit proses, dan waktu yang diperlukan saat bahan baku berpindah antara dua unit proses yang ada pada sistem produksi Minuman Khas Pontianak Lidah Buaya I Sun Vera yang diperoleh dengan melakukan survey langsung ke tempat produksi. dibentuk menjadi interval waktu (menit) dengan waktu terkecil sebagai batas bawah dan waktu terbesar sebagai batas atas yang dapat dilihat pada Tabel 1 berikut

Tabel 1 Interval Waktu Produksi Minuman Khas Pontianak Lidah Buaya I Sun Vera

No	Kode	Proses	Interval waktu (menit)
1.	t_1	Persiapan <i>aloe vera</i> untuk direbus	[1,2]
2.	P_1	Perebusan <i>aloe vera</i>	[53,60]
3.	t_2	Pemindahan air panas untuk ditambahkan gula	[1,2]
4.	P_2	Pembuatan air gula	[1,2]
5.	t_3	Pemindahan <i>aloe vera</i> untuk proses pendinginan 1	[1,2]

6.	P ₃	Pendinginan <i>aloe vera</i> 1	[2,4]
7.	t ₄	Pemindahan air gula untuk ditambahkan ekstrak leci	[1,2]
8.	P ₄	Pembuatan air leci	[1,2]
9.	t ₅	Pemindahan <i>aloe vera</i> untuk dimasukkan ke dalam bungkus	[1,4]
10.	P ₅	Memasukan <i>aloe vera</i> ke dalam bungkus	[20,25]
11.	t ₆	Pemindahan <i>aloe vera</i> untuk proses pencampuran dengan air leci	[1,1]
12.	t ₇	Pemindahan air leci untuk proses pencampuran dengan <i>Aloe vera</i>	[1,1]
13.	P ₆	Proses Pencampuran <i>aloe vera</i> dengan air leci dan Pensilliran bungkus <i>aloe vera</i>	[53,67]
14.	t ₈	Pemindahan bungkus <i>aloe vera</i> untuk pendinginan 2	[1,2]
15.	P ₇	Proses Pendinginan 2	[60,62]
16.	t ₉	Pemindahan bungkus <i>aloe vera</i> untuk pengepakan	[0,0]
17.	P ₈	Proses Pengepakan	[75,90]

Sistem produksi Minuman Khas Pontianak Lidah Buaya I Sun Vera memiliki delapan unit proses yaitu P₁, P₂, P₃, P₄, P₅, P₆, P₇, dan P₈ yang memiliki interval waktu yang sesuai pada Tabel 1. Pada sistem produksi Minuman Khas Pontianak Lidah Buaya I Sun Vera, bahan baku dibagi menjadi dua proses yakni proses pematangan lidah buaya dan pembuatan sirup leci. Berdasarkan hasil penelitian sistem produksi Minuman Khas Pontianak Lidah Buaya I Sun Vera dapat disajikan pada gambar berikut.



Gambar 1 Sistem Produksi Minuman Khas Pontianak Lidah Buaya I Sun Vera

Keterangan :

t_i : interval waktu yang diperlukan saat bahan baku berpindah menuju unit proses ke i untuk $i = 1,2,3,4$ dan interval waktu yang diperlukan saat bahan baku berpindah menuju unit proses ke $(i - 1)$ untuk $i = 7,8,9$

d_i : interval waktu yang diperlukan untuk proses ke i

Untuk memodelkan sistem produksi Minuman Khas Pontianak Lidah Buaya I Sun Vera terlebih dahulu memisalkan :

i) $u(k + 1)$: interval waktu saat bahan baku *aloe vera* dan air panas dimasukan ke sistem untuk produksi ke- $(k + 1)$

ii) $x_i(k)$: interval waktu saat bahan baku *aloe vera* ataupun air panas memulai proses pada unit proses ke- i pada produksi ke- k .

iii) $y(k)$: interval waktu saat produk “Minuman Khas Pontianak Lidah Buaya I Sun Vera” meninggalkan sistem untuk produksi ke- k .

Interval waktu saat P_1 mulai bekerja untuk produksi ke- $(k + 1)$, unit proses P_1 hanya dapat mulai bekerja pada sejumlah bahan baku segera setelah menyelesaikan produksi sebelumnya, yaitu sejumlah bahan baku untuk produksi ke- k . Apabila bahan mentah dimasukan ke sistem untuk produksi ke- $(k + 1)$, maka bahan baku mentah tersedia pada input unit proses P_1 pada interval waktu $t = [1,2] \bar{+} u(k + 1)$. Unit proses P_1 hanya dapat mulai berkerja pada sejumlah bahan baku baru segera setelah menyelesaikan proses sebelumnya, yaitu sejumlah bahan baku untuk produksi ke- k . Interval waktu pada P_1 adalah $d_1 = [53,60]$ (menit), maka produk setengah jadi pada produksi ke- k akan meninggalkan unit proses P_1 pada saat $t = [53,60] \bar{+} x_1(k)$. Menggunakan Aljabar *Max-plus* Interval diperoleh

$$x_1(k + 1) = \text{maks} \left([53,60] \bar{+} x_1(k), [1,2] \bar{+} u(k + 1) \right)$$

Menggunakan asumsi yang sama untuk menentukan interval waktu saat P_1 mulai berkerja untuk produksi ke- $(k + 1)$, dapat ditentukan interval waktu saat $P_2, P_3, P_4, P_5, P_6, P_7,$ dan P_8 mulai berkerja untuk produksi ke- $(k + 1)$ sebagai berikut

$$x_2(k + 1) = \text{maks} \left([1,2] \bar{+} x_2(k), [1,2] \bar{+} u(k + 1) \right)$$

$$x_3(k + 1) = \text{maks}([2,4] \bar{+} x_3(k), [107,122] \bar{+} x_1(k + 1), [55,64] \bar{+} u(k + 1))$$

⋮

$$x_8(k + 1) = \text{maks}([75,90] \bar{+} x_8(k), [120,124] \bar{+} x_7(k), [167,198] \bar{+} x_6(k), [117,136] \bar{+} x_4(k), [119,140] \bar{+} x_2(k), [155,182] \bar{+} x_5(k), [140,169] \bar{+} x_3(k), [245,287] \bar{+} x_1(k), [133,167] \bar{+} u(k + 1))$$

$$y(k) = [75,90] \bar{+} x_8(k)$$

Persamaan diatas dapat disajikan dalam bentuk Matriks Aljabar *Max-plus* Interval sebagai berikut

$$x(k + 1) = A \bar{\otimes} x(k) \bar{\oplus} B \bar{\otimes} u(k + 1)$$

$$y(k) = C \bar{\otimes} x(k),$$

dengan

$$A = \begin{bmatrix} [53,60] & \varepsilon \\ \varepsilon & [1,2] & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ [107,122] & \varepsilon & [2,4] & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & [3,6] & \varepsilon & [1,2] & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ [110,130] & \varepsilon & [5,12] & \varepsilon & [20,25] & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ [131,156] & [5,9] & [26,38] & [3,5] & [41,51] & [53,67] & \varepsilon & \varepsilon \\ [185,225] & [59,78] & [80,107] & [57,74] & [95,120] & [107,136] & [60,62] & \varepsilon \\ [245,287] & [119,140] & [140,169] & [117,136] & [155,182] & [167,198] & [120,124] & [75,90] \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} [1,2] \\ [1,2] \\ [55,64] \\ [3,6] \\ [58,72] \\ [79,98] \\ [133,167] \\ [193,229] \end{bmatrix}$$

$$C = [\varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon \ [75,90]]$$

$$x(k) = [x_1(k), x_2(k), \dots, x_8(k)]^T, x_i(k) \in I(\mathbb{R})_{\text{maks.}}$$

Menggunakan bantuan program Matlab dapat diperoleh interval waktu pada batas bawah dan batas atas yang diperlukan dalam memproduksi produk Minuman Khas Pontianak Lidah Buaya I Sun Vera setiap produksi ke- k dengan satuan waktu menit sebagai berikut

Tabel 2 Interval Waktu Batas Bawah Pada Produksi Minuman Khas Pontianak Lidah Buaya I Sun Vera

k	1	2	3	4	5	6	7	8
$\underline{x}_1(k)$	53	106	159	212	265	318	371	424
$\underline{x}_2(k)$	1	61	121	181	241	301	361	421
$\underline{x}_3(k)$	107	160	213	266	319	372	425	478
$\underline{x}_4(k)$	3	63	123	183	243	303	363	423
$\underline{x}_5(k)$	110	163	216	269	322	375	428	481
$\underline{x}_6(k)$	131	184	237	290	343	396	449	502
$\underline{x}_7(k)$	185	245	305	365	425	485	545	605
$\underline{x}_8(k)$	245	320	395	470	545	620	695	770
$\underline{y}(k)$	320	395	470	545	620	695	770	845

Tabel 3 Interval Waktu Batas Atas Pada Produksi Minuman Khas Pontianak Lidah Buaya I Sun Vera

k	1	2	3	4	5	6	7	8
$\bar{x}_1(k)$	60	120	180	240	300	360	420	480
$\bar{x}_2(k)$	2	62	122	182	242	302	362	422
$\bar{x}_3(k)$	122	182	242	240	362	422	482	542
$\bar{x}_4(k)$	6	66	126	186	246	306	366	426
$\bar{x}_5(k)$	130	190	250	310	370	430	490	550
$\bar{x}_6(k)$	156	223	290	357	424	491	558	625
$\bar{x}_7(k)$	225	292	359	426	493	560	627	694
$\bar{x}_8(k)$	287	377	467	557	647	737	827	917
$\bar{y}(k)$	377	467	557	647	737	827	917	1007

Menggunakan Tabel 2 dan Tabel 3 dapat dibentuk jadwal kegiatan produksi Minuman Khas Pontianak Lidah Buaya I Sun Vera dimulai dari pukul 07.00-17.00 sebagai berikut

Tabel 4. Jadwal Kegiatan Produksi Paling Cepat pada Minuman Khas Pontianak Lidah Buaya I Sun Vera

Proses Kegiatan Produksi	Waktu Memulai Produksi (WIB)				
	Produksi ke				
	1	2	3	4	5
Perebusan <i>aloe vera</i>	07.00	07.53	08.46	09.39	10.32
Pembuatan air gula	07.00	08.00	09.00	10.00	11.00
Pendinginan <i>aloe vera</i> 1	07.54	08.47	09.40	10.33	11.26
Pembuatan air lychee	07.02	08.02	09.02	10.02	11.02
Memasukan <i>aloe vera</i> ke dalam bungkus	07.57	08.50	09.43	10.36	11.29
Proses Pencampuran <i>aloe vera</i> dengan air Lyche dan Pensilliran bungkus <i>aloe vera</i>	08.18	09.11	10.04	10.57	11.50
Proses Pendinginan 2	09.12	10.12	11.12	12.12	13.12
Proses Pengepakan	10.12	11.27	12.42	13.57	15.12
Produk Siap Jual	11.27	12.42	13.57	15.12	16.27

Tabel 5 Jadwal Kegiatan Produksi Paling Lama pada Minuman Khas Pontianak Lidah Buaya I Sun Vera

Proses Kegiatan Produksi	Waktu Memulai Produksi (WIB)				
	Produksi ke				
	1	2	3	4	5
Perebusan <i>aloe vera</i>	07.00	08.00	09.00	10.00	11.00
Pembuatan air gula	07.00	08.00	09.00	10.00	11.00
Pendinginan <i>aloe vera</i> 1	08.02	09.02	10.02	11.02	12.02
Pembuatan air lychee	07.04	08.04	09.04	10.04	11.04
Memasukan <i>aloe vera</i> ke dalam bungkus	08.06	09.06	10.06	11.06	12.06
Proses Pencampuran <i>aloe vera</i> dengan air Lyche dan Pensilliran bungkus <i>aloe vera</i>	08.32	09.39	10.46	11.53	13.00
Proses Pendinginan 2	09.41	10.48	11.55	13.02	14.09
Proses Pengepakan	10.43	12.03	13.33	15.03	16.33
Produk Siap Jual	12.13	13.43	15.13	16.43	18.13

Berdasarkan Tabel 4 dan Tabel 5 kegiatan produksi Minuman Khas Pontianak Lidah Buaya I Sun Vera yang dimulai dari pukul 07.00-17.00 dapat memproduksi paling banyak lima kali produksi dan paling sedikit empat kali produksi, ketika kegiatan produksi dilakukan secara maksimal dan kontinu.

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan diperoleh beberapa kesimpulan sebagai berikut :

1. Model matematika pada sistem produksi Minuman Khas Pontianak Lidah Buaya I Sun Vera dengan menggunakan Sistem Linear *Max-Plus* Interval Waktu Invariant (SLMII) dapat dibentuk menjadi persamaan yang sesuai dengan definisi SLMII yakni $x(k + 1) = A \otimes x(k) \oplus B \otimes u(k + 1)$ dan $y(k) = C \otimes x(k)$.
2. Menggunakan metode SLMII diperoleh jadwal produksi tercepat dan terlama produk Minuman Khas Pontianak Lidah Buaya I Sun Vera. Berdasarkan Jadwal tersebut kegiatan produksi Minuman Khas Pontianak Lidah Buaya I Sun Vera yang dimulai dari pukul 07.00-17.00 dapat memproduksi paling banyak lima kali produksi dan paling sedikit empat kali produksi, ketika kegiatan produksi dilakukan secara maksimal dan kontinu

DAFTAR PUSTAKA

- [1]. Arifin, M. and Musthofa. *Aplikasi Sistem Persamaan Linear Aljabar Max-plus dalam Mengoptimisasi Waktu Produksi Bakpia Pathok Jaya "25"*. Yogyakarta: Fakultas MIPA Universitas Negeri Yogyakarta; 2012
- [2]. Andy, M. R. *Sistem Linear Max-Plus Waktu Invariant*. Yogyakarta: Universitas Gadjah Mada; 2003
- [3]. Andy, M. R. *Sistem Linear Max-Plus Interval Waktu Invariant*. Yogyakarta: Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika; 2011

ADLI GUMELAR	: FMIPA Universitas Tanjungpura, Pontianak adligumelar@gmail.com
MARIATUL KIFTIAH	: FMIPA Universitas Tanjungpura, Pontianak kiftiahmariatul@math.untan.ac.id
PARTIWI WORO BUDIARTINI	: FMIPA Universitas Tanjungpura, Pontianak woro.partiwi@gmail.com
