Buletin Ilmiah Mat. Stat. dan Terapannya (Bimaster)
Volume 5, No. 03(2016), hal 265 – 274.

ALGORITMA GENETIKA PADA PEMROGRAMAN LINEAR DAN NONLINEAR

Abdul Azis, Bayu Prihandono, Ilhamsyah

INTISARI

Optimasi adalah proses memaksimumkan atau meminimumkan suatu fungsi tujuan dengan tetap memperhatikan batasan yang ada. Dalam merumuskan permasalahan optimasi digunakan suatu pemodelan matematika berupa pemrograman linear dan pemrograman nonlinear. Pemrograman linear dan nonlinear adalah teknik riset operasi untuk menyelesaikan suatu perencanaan aktifitas yang telah dibentuk dalam suatu model matematika agar tujuan yang diinginkan dapat tercapai. Salah satu metode untuk menyelesaikan kasus optimasi yaitu algoritma Genetika. Oleh sebab itu, tujuan dari penelitian ini adalah melakukan analisis untuk mencari hasil optimum pada kasus optimasi dan implementasinya dengan algoritma Genetika. Algoritma Genetika merupakan simulasi dari proses evolusi dan operasi Genetika. Proses dari algoritma Genetika dimulai dengan membangkitkan sejumlah individu dalam suatu populasi. Setiap individu merepresentasikan suatu penyelesaian terhadap masalah yang dikerjakan. Kemudian setiap individu dalam suatu populasi akan diproses sesuai dengan evolusi alam sehingga mendapatkan individu yang terbaik. Berdasarkan proses evolusi tersebut dibuat suatu implementasi algoritma Genetika dengan menggunakan program komputer. Analisis algoritma Genetika dengan menggunakan program komputer pada kasus memaksimumkan dan meminimumkan fungsi tujuan X *dengan kasus pemrograman linear yaitu* $X = 2x + 3y + 4z + 5$ *dengan batasan kendala* $5 \leq x \leq 9$, $3 \leq y \leq 7$, *dan* $0 \leq z \leq 5$ *dan fungsi tujuan* Z *untuk kasus pemrograman nonlinear yaitu* $Z = 21{,}5 + x\,sin(4\pi x) + y\,cos(20\pi y) + z\,tan(2\pi z)$ *dengan batasan kendala* $7 \leq x \leq 12$, $3 \leq y \leq 6$, *dan* $0 \leq z \leq 5$. *Hasil yang diperoleh dengan 10 kali percobaaan algoritma Genetika mendapatkan nilai yang optimum yaitu pada pemrograman linear* $X = 63{,}13$ *untuk nilai maksimum dan* $X = 24{,}13$ *untuk nilai minimum dan pada pemrograman nonlinear* $Z = 38{,}6182$ *untuk nilai maksimum dan* $Z = 24{,}4050$ *untuk nilai minimum.*

Kata Kunci: *Algoritma Genetika, Optimasi, Riset Operasi*

PENDAHULUAN

Dalam ilmu matematika teori dan penerapan mempunyai peran untuk menyelesaikan masalah di dunia nyata. Salah satu permasalahan tersebut berupa permasalahan optimasi [1]. Permasalahan ini tidak terlepas dari sifat manusia yang ingin mendapatkan keuntungan yang maksimal dan mengurangi kerugian. Dalam merumuskan permasalahan tersebut digunakan pemodelan matematika. Salah sat pemodelan matematika dalam kasus optimasi adalah pemrograman linear [2]. Proses pemrograman linear membutuhkan analisis dalam mengidentifikasi masalah dengan menentukan fungsi tujuan dan fungsi kendala [3]. Dalam beberapa kasus optimasi ditemukan suatu fungsi tujuan atau fungsi kendala berbentuk nonlinear atau keduanya berbentuk nonlinear, kasus ini disebut dengan pemrograman nonlinear.

Permasalahan pada kasus optimasi memiliki cakupan skala besar yang salah satunya ditunjukkan pada permasalahan optimasi yang memiliki banyak variabel sehingga terjadi proses pengerjaan yang rumit. Salah satu metode yang dapat menyelesaikan permasalahan optimasi adalah algoritma Genetika [4]. Oleh sebab itu, tujuan dari penelitian ini adalah untuk mencari hasil optimum pada kasus pemrograman linear dan nonlinear dengan algoritma Genetika dan melakukan implementasi algoritma Genetika dengan program komputer. Batasan masalah dalam penelitian ini adalah hanya menggunakan 3 variabel independen dan batasan nilai interval pada setiap variabel diketahui.

Algoritma Genetika dimulai dengan membangkitkan sejumlah individu secara acak yang merupakan solusi yang mungkin dari permasalahan optimasi. Sekumpulan individu tersebut disebut dengan populasi. Populasi yang telah dibangkitkan dievaluasi pada nilai fungsi objektifnya untuk mendapatkan nilai *fitness*. Selanjutnya mencari individu-individu yang merupakan individu terbaik dalam suatu populasi dengan proses seleksi.

Proses seleksi yang pertama ialah seleksi individu. Pada proses ini setiap individu akan dicari nilai probabilitasnya terhadap nilai *fitness*. Individu yang memiliki nilai probabilitas lebih tinggi akan memungkinkan untuk terpilih sebagai individu-individu terbaik dalam suatu populasi yang baru. Setelah mendapatkan populasi baru, kemudian dilakukan proses *crossover* (pindah silang) dengan mengambil beberapa individu dari populasi untuk dijadikan individu induk (*parent*). Kemudian gen di setiap individu induk akan melakukan perpindahan antara individu induk dengan individu induk lainnya. Setelah proses seleksi, selanjutnya dilakukan proses mutasi. Proses mutasi ini dilakukan dengan mengganti nilai gen pada suatu kromosom tertentu.

Melalui proses seleksi diperoleh suatu generasi baru yang disebut populasi baru. Selanjutnya populasi baru tersebut dievaluasi kembali untuk mendapatkan nilai objektifnya. Setelah proses evaluasi, maka algoritma Genetika telah melalui satu proses generasi. Ulangi proses seleksi mulai dari seleksi individu, pindah silang, dan mutasi sampai generasi yang ditentukan atau kriteria berhenti terpenuhi. Setelah mencapai generasi yang ditentukan algoritma Genetika akan menemukan kromosom yang paling baik yang diharapkan dapat merepresentasikan solusi optimum dari suatu permasalahan optimasi suatu fungsi.

APLIKASI ALGORITMA GENETIKA

Sebelum menyelesaikan kasus pemrograman linear menggunakan algoritma Genetika terlebih dahulu harus diketahui siklus algoritma Genetika. Siklus algoritma Genetika adalah sebagai berikut:

1. Pembentukan kromosom merupakan tahap untuk memberikan kode pada gen dari suatu kromosom. Kromosom merepresentasikan suatu penyelesaian terhadap permasalahan optimasi yang dikerjakan. Satu gen mewakili satu variabel. Nilai dari setiap variabel ditentukan sesuai dengan batasan kendala. Suatu kromosom disebut juga dengan individu.
2. Pembentukan populasi awal merupakan proses membangkitkan sejumlah individu secara acak atau melalui prosedur tertentu. Populasi merupakan himpunan penyelesaian acak awal yang merupakan solusi yang mungkin dari permasalahan optimasi yang dikerjakan. Jumlah individu didalam suatu populasi disebut dengan *popsize*.
3. Evaluasi *fitness* merupakan proses untuk mengevaluasi setiap populasi dengan menghitung nilai *fitness* setiap individu. Nilai *fitness* didapat dengan mensubtitusikan nilai setiap variabel pada kromosom ke fungsi tujuan.
4. Kriteria berhenti merupakan ketentuan dalam algoritma Genetika untuk memberikan batasan dalam proses algoritma Genetika sampai mendapatkan solusi yang optimum [5]. Kriteria berhenti yang digunakan yaitu berhenti pada 100 generasi dengan 10 kali percobaan.
5. Seleksi individu merupakan tahap penyeleksian individu didalam suatu populasi. Individu yang memiliki nilai probabillitas yang tinggi memiliki kemungkinan yang lebih besar untuk terpilih pada proses selanjutnya.
6. *Crossover* merupakan proses perpindahan silang gen dalam kromosom antara dua kromosom induk untuk menghasilkan kromosom anak yang baru. Individu yang terpilih menjadi kromosom induk ditentukan dengan probabilitas *crossover* (P_c).
7. Mutasi merupakan proses mengubah nilai dari satu atau beberapa gen dalam suatu kromosom. Gen yang mengalami mutasi ditentukan probabilitas mutasi (P_m). Nilai dari gen yang digantikan tetap memperhatikan batasan kendala yang dihadapi.

Berikut merupakan contoh kasus optimasi yang dapat diselesaikan dengan algoritma Genetika.

I. Menentukan nilai optimum fungsi tujuan pada kasus pemrograman nonlinear.

Diberikan fungsi tujuan Z yaitu:

$$Z = 21{,}5 + x\sin(4\pi x) + y\cos(20\pi y) + z\tan(2\pi z) \quad (1)$$

untuk batasan kendala sebagai berikut:

$$7 \le x \le 12$$
$$3 \le y \le 6$$
$$0 \le z \le 5$$

(i) Untuk kasus memaksimumkan fungsi tujuan.

Penyelesaian kasus memaksimumkan Persamaan (1) menggunakan algoritma Genetika dengan parameter kontrol yang digunakan adalah ($popsize$; P_c; P_m) = (50; 0,60; 0,01) [4]. Jumlah generasi yang digunakan adalah 100 generasi dengan 10 kali percobaan. Langkah-langkah untuk mencari nilai maksimum fungsi Z adalah sebagai berikut:

1. Pembentukan kromosom

Kromosom yang dibentuk adalah kromosom yang terdiri dari tiga gen dengan variabel $x, y, dan\ z$ sebagai gen-gen pembentuk kromosom.

Batasan nilai varabel x adalah bilangan real dari 7 sampai 12

Batasan nilai varabel y adalah bilangan real dari 3 sampai 6

Batasan nilai varabel z adalah bilangan real dari 0 sampai 5

2. Pembentukan populasi awal

Jumlah individu ($popsize$) yang digunakan dalam satu populasi sesuai dengan parameter kontrol adalah 50 individu. Pembentukan populasi awal dilakukan dengan memberikan nilai awal pada gen di setiap individu dengan nilai acak sesuai batasan yang telah ditentukan. Maka populasi awal yang terbentuk adalah sebagai berikut:

$$Kromosom[1] = [x; y; z] = [10{,}53\ ;\ 4{,}6\ ;\ 2{,}9]$$
$$Kromosom[2] = [x; y; z] = [8{,}45\ ;\ 3{,}91\ ;\ 3{,}87]$$
$$Kromosom[3] = [x; y; z] = [7{,}07\ ;\ 5{,}28\ ;\ 4{,}07]$$
$$\vdots$$
$$Kromosom[50] = [x; y; z] = [7{,}85\ ;\ 5{,}78\ ;\ 0{,}49]$$

3. Evaluasi *fitness*

Subtitusikan nilai x, y, dan z pada masing-masing kromosom sesuai dengan kromosom yang telah diperoleh sebelumnya ke Persamaan (1) sehingga diperoleh hasil sebagai berikut:

$$Z(kromosom[1]) = 21{,}5 + 10{,}53\,.\sin(4.\pi.\,10{,}53\,) + 4{,}6.\cos(20.\pi.4{,}6) + 2{,}9.\tan(2.\pi.2{,}9)$$
$$= 31{,}7363$$
$$Z(kromosom[2]) = 21{,}5 + 8{,}45\ .\sin(4.\pi.\,8{,}45\,) + 3{,}91.\cos(20.\pi.\,3{,}91) + 3{,}87.\tan(2.\pi.\,3{,}87)$$
$$= 29{,}7464$$
$$Z(kromosom[3]) = 21{,}5 + 7{,}07\,.\sin(4.\pi.\,7{,}07\,) + 5{,}28.\cos(20.\pi.5{,}28) + 4{,}07.\tan(2.\pi.\,4{,}07)$$
$$= 35{,}1587$$
$$\vdots$$
$$Z(kromosom[50]) = 21{,}5 + 7{,}85\ .\sin(4.\pi.7{,}85\ ) + 5{,}78.\cos(20.\pi.5{,}78) + 0{,}49.\tan(2.\pi.0{,}49)$$
$$= 35{,}0603$$

Dalam permasalahan optimasi nilai *fitness* sama dengan nilai dari fungsi objektif sehingga:

$$fitness[1] = Z(kromosom[1]) = 31{,}7363$$
$$fitness[2] = Z(kromosom[2]) = 29{,}7464$$
$$fitness[3] = Z(kromosom[3]) = 35{,}1587$$
$$\vdots$$
$$fitness[50] = Z(kromosom[50]) = 35{,}0603$$

Nilai *fitness* yang memiliki nilai yang maksimum pada generasi ini diambil untuk nantinya akan dievaluasi kembali dengan nilai *fitness* maksimum disemua generasi.

4. Kriteria berhenti

Kriteria berhenti yang digunakan adalah berhenti pada generasi tertentu yang telah ditentukan. Jumlah generasi yang telah ditentukan sebelumnya adalah 100 generasi dengan 10 kali percobaan yang dinyatakan dengan $n = 100$ dan $m = 10$. Jika nilai n masih kurang dari 100 maka proses algoritma Genetika akan dilanjutkan ke tahap berikutnya yaitu seleksi individu, *crossover*, mutasi dan kembali ke proses evaluasi untuk generasi selanjutnya sampai $n = 100$. Jika nilai m masih kurang dari 10 maka percobaan algoritma Genetika akan dimulai kembali dari pembentukan populasi awal sampai $m = 100$.

5. Seleksi individu

Metode seleksi yang digunakan adalah *roulette whell selection* (seleksi roda roulette). Pada seleksi individu terlebih dahulu menentukan total *fitness* untuk setiap populasi di setiap generasi. Total *fitness* adalah:

$$Total fitness\ (F) = \sum_{k=1}^{50} fitness(k) \tag{2}$$

kemudian menentukan probabilitas untuk setiap kromosom.

$$P_k = \frac{fitness(k)}{F}\ ; k = 1, 2, \dots, 50 \tag{3}$$

Selanjutnya dicari nilai kumulatif probabilitas dari setiap kromosom.

$$C_k = \begin{cases} P_1 & ; k = 1 \\ C_{k-1} + P_k & ; k = 2,3, \dots, 50 \end{cases} \tag{4}$$

Kemudian bangkitkan bilangan acak R_k dengan $\{R_k \in \mathbb{R} | 0 < R_k < 1, k = 1,2, \dots,50\}$. Pada setiap bilangan acak yang dibangkitkan pilih salah satu kromosom untuk populasi baru dengan kriteria jika $R_k < C_1$ maka pilih kromosom 1 sebagai induk dan pada kromosom induk yang lain. Namun jika $C_{k-1} < R_k < C_k$ maka pilih kromosom ke-k sebagai induk.

6. *Crossover*

Metode *crossover* yang digunakan adalah *crossover* satu titik. Probabilitas *crossover* yang digunakan adalah $P_c = 0{,}6$ sehingga dalam satu populasi setiap generasi pada rata-rata 60% individu akan mengalami proses *crossover*. Jumlah individu dalam satu populasi adalah 50 individu, sehingga akan ada rata-rata 60% x 50 = 30 individu yang mengalami proses *crossover* dalam satu generasi. Untuk menentukan individu yang mengalami proses *crossover*, bangkitkan bilangan acak R_k dengan $\{R_k \in \mathbb{R} | 0 < R_k < 1, k = 1,2, \dots,50\}$ dan bandingkan dengan nilai probabilitas corssover (P_c) sehingga hasil yang diperoleh sebagai berikut:

$$R_1 = 0{,}4952 > 0{,}30$$
$$R_2 = 0{,}413 > 0{,}30$$
$$R_3 = 0{,}6953 > 0{,}30$$
$$\vdots$$
$$R_{50} = 0{,}7523 > 0{,}30$$

Jika $R_k < P_c$ maka pilih kromosom ke-k yang sebagai induk. Setelah pemilihan induk, tentukan posisi *crossover* dengan membangkitkan bilangan acak t dengan batasan untuk nilai t dari 1 sampai panjang kromosom (l) dikurang 1 yaitu $\{t \in \mathbb{N} | 1 \leq t \leq l - 1\}$.

7. Mutasi

Jumlah kromosom yang mengalami mutasi ditentukan dengan probabilitas mutasi (P_m). Misalkan probabilitas mutasi yang diambil yaitu $P_m = 1\%$, maka pada rata-rata 1% dari total gen dalam populasi akan melalui mutasi. Total gen dalam populasi = panjang kromosom x jumlah kromosom = 3 x 50 = 150 gen dalam keseluruhan populasi. Jika 1% x 150 = 1,5, maka pada rata-rata 1,5 gen akan mengalami mutasi. Dalam memilih gen yang mengalami mutasi dilakukan dengan cara membangkitkan bilangan acak R_k sebanyak total gen dengan interval nilai 0 sampai 1. Jika bilangan

acak yang dibangkitkan $R_k < P_m$ maka pilih gen ke-k tersebut yang mengalami mutasi. Ganti nilai gen yang mengalami mutasi dengan bilangan acak yang sesuai dengan batasan kendala.

8. Populasi baru

Setelah proses mutasi maka satu generasi dalam algoritma Genetika telah selesai. Sehingga didapat populasi baru untuk generasi selanjutnya yaitu p_n dengan n adalah generasi. Populasi baru untuk p_2 yaitu:

$$Kromosom[1] = [7{,}93\ ;3{,}32\ ;5]$$
$$Kromosom[2] = [9{,}67\ ;3{,}32\ ;3{,}92]$$
$$Kromosom[3] = [7{,}41\ ;3{,}58\ ;3{,}39]$$
$$\vdots$$
$$Kromosom[50] = [8{,}91\ ;3{,}9\ ;4{,}74]$$

9. Evaluasi

Nilai maksimum yang dihasilkan setelah satu generasi untuk p_2, yaitu:

$$Z(kromosom[1]) = 21{,}5 + 7{,}93\,.\sin(4.\pi.7{,}93\ ) + 3{,}32.\cos(20.\pi.3{,}32) + 5.\tan(2.\pi.5)$$
$$= 29{,}45316$$
$$Z(kromosom[2]) = 21{,}5 + 9{,}67\ .\sin(4.\pi.9{,}67\ ) + 3{,}32.\cos(20.\pi.3{,}32) + 3{,}92.\tan(2.\pi.3{,}92)$$
$$= 28{,}62737$$
$$Z(kromosom[3]) = 21{,}5 + 7{,}41\,.\sin(4.\pi.7{,}41\ ) + 3{,}58.\cos(20.\pi.3{,}58) + 3{,}39.\tan(2.\pi.3{,}39)$$
$$= 27{,}68113$$
$$\vdots$$
$$Z(kromosom[50]) = 21{,}5 + 8{,}91\ .\sin(4.\pi.8{,}91\ ) + 3{,}9.\cos(20.\pi.3{,}9) + 4{,}74.\tan(2.\pi.4{,}74)$$
$$= 30{,}82434.$$

Kemudian ulangi proses pada tahapan sebelumnya dari mulai proses evaluasi *fitness* dan dilanjutkan dengan proses seleksi individu, *crossover*, mutasi dan evaluasi sampai kriteria berhenti algoritma Genetika terpeni yaitu $n = 100$ dengan 10 kali percobaan. Hasil algoritma Genetika untuk nilai maksimum setelah 100 generasi pada percobaan pertama ditunjukkan pada Tabel 1.

Tabel 1 Hasil Maksimum pada 100 Generasi Pertama

Generasi	Kromosom			Hasil Maksimum	Generasi	Kromosom			Hasil Maksimum
	x	y	z			x	y	z	
1	10,47	5,74	4,17	37,1318	51	9,42	5,76	4,74	38,2613
2	7,45	5,27	4,17	35,5936	52	8,95	5,68	4,74	38,1556
3	11,16	5,73	4,74	37,0892	53	8,95	5,68	3,73	37,0606
4	8,95	5,27	4,4	36,6846	54	9,42	5,02	4,74	36,0694
5	8,95	5,73	2,95	36,4925	55	9,42	5,02	4,74	36,0694
6	8,95	5,73	2,95	36,4925	56	9,42	5,02	4,74	36,0694
7	8,65	5,74	4,74	38,1469	57	9,42	5,02	4,74	36,0694
8	8,65	5,74	4,74	38,1469	58	9,42	5,02	4,74	36,0694
9	9,15	5,27	4,74	37,1161	59	9,42	5,02	4,74	36,0694
10	9,15	5,27	4,74	37,1161	60	9,42	5,95	4,74	38,2856
11	9,15	5,27	4,74	37,1161	61	9,42	5,95	4,74	38,2856
12	8,95	5,27	4,74	37,0923	62	11,16	5,88	4,74	37,1625
13	8,95	5,73	4,74	38,2150	63	9,42	5,02	4,74	36,0694
14	9,15	5,27	4,74	37,1161	64	9,42	5,02	4,74	36,0694

Tabel 2 Hasil Maksimum pada 100 Generasi Pertama (Lanjutan)

Generasi	Kromosom			Hasil Maksimum	Generasi	Kromosom			Hasil Maksimum
	x	y	z			x	y	z	
15	9,15	5,27	4,74	37,1161	65	9,34	5,02	4,74	36,0754
16	9,15	5,27	4,74	37,1161	66	9,42	5,02	4,74	36,0694
17	9,15	5,73	4,74	38,2388	67	9,42	5,02	4,74	36,0694
18	8,95	5,73	4,74	38,2150	68	9,42	5,51	4,74	37,8509
19	9,15	5,74	4,74	38,2487	69	8,95	5,11	4,74	36,4510
20	9,15	5,74	4,74	38,2487	70	8,95	5,11	4,74	36,4510
21	9,15	5,73	4,74	38,2388	71	9,42	5,02	4,74	36,0694
22	8,95	5,74	4,74	38,2248	72	9,42	5,02	4,74	36,0694
23	8,95	5,74	4,74	38,2248	73	9,42	5,02	4,74	36,0694
24	8,95	5,74	4,74	38,2248	74	9,42	5,02	4,74	36,0694
25	8,95	5,74	4,74	38,2248	75	9,42	5,02	4,74	36,0694
26	9,15	5,73	4,74	38,2388	76	9,42	5,02	4,74	36,0694
27	8,95	5,74	4,74	38,2248	77	9,42	5,02	4,74	36,0694
28	8,95	5,74	4,74	38,2248	78	9,42	5,02	4,74	36,0694
29	8,95	5,74	4,74	38,2248	79	9,42	5,02	4,74	36,0694
30	8,95	5,74	4,74	38,2248	80	9,42	5,88	4,74	38,3072
31	8,95	5,74	4,74	38,2248	81	9,42	5,88	4,74	38,3072
32	8,95	5,74	4,74	38,2248	82	9,42	5,88	4,74	38,3072
33	8,95	5,74	4,74	38,2248	83	9,42	5,02	4,74	36,0694
34	8,95	5,74	4,74	38,2248	84	9,42	5,02	4,74	36,0694
35	8,95	5,74	4,74	38,2248	85	9,42	5,35	4,74	37,3906
36	8,95	5,74	4,74	38,2248	86	9,42	5,35	4,74	37,3906
37	8,95	5,68	4,74	38,1556	87	8,23	5,35	4,74	37,1047
38	8,95	5,68	4,74	38,1556	88	9,42	5,35	4,74	37,3906
39	8,95	5,68	4,74	38,1556	89	9,42	5,35	4,74	37,3906
40	10,47	5,74	4,74	37,7920	90	9,42	5,35	4,74	37,3906
41	8,95	5,68	4,74	38,1556	91	9,42	5,35	4,74	37,3906
42	8,95	5,74	4,74	38,2248	92	9,42	5,35	4,74	37,3906
43	8,95	5,74	4,74	38,2248	93	9,42	5,35	4,74	37,3906
44	9,42	5,74	4,74	38,2437	94	9,42	5,35	4,74	37,3906
45	9,42	5,74	4,74	38,2437	95	9,42	5,35	4,74	37,3906
46	9,42	5,68	4,74	38,1745	96	9,42	5,35	4,74	37,3906
47	9,42	5,68	4,74	38,1745	97	9,42	5,35	4,74	37,3906
48	9,42	5,68	4,74	38,1745	98	9,42	5,35	4,74	37,3906
49	9,42	5,68	4,74	38,1745	99	9,42	5,35	4,74	37,3906
50	9,83	5,68	4,74	38,0821	100	9,42	5,35	4,74	37,3906

Berdasarkan hasil dari percobaan algoritma Genetika pada 100 generasi percobaan pertama diperoleh individu yang maksimum yaitu $x = 9{,}42;\ y = 5{,}35;$ dan $z = 4{,}74$ dengan nilai maksimum $= 38{,}3072$.

Dilakukan kembali percobaan algoritma Genetika dimulai dari pembentukan populasi awal sampai kriteria berhenti percobaan terpenuhi yaitu percobaan $(m) = 10$. Hasil algoritma Genetika untuk nilai maksimum pada Persamaan (1) dengan 10 kali percobaan ditunjukkan pada Tabel 3.

Tabel 3 Hasil Maksimum pada Kasus Nonlinear

Percobaan	Kromosom	Nilai Maksimum
1	[9,42 ; 5,35 ; 4,74]	38,3072
2	[9,36 ; 5,74 ; 4,97]	38,5489
3	[9,09 ; 5,75 ; 4,9]	38,4598
4	[9,06 ; 5,87 ; 4,98]	38,6182
5	[9,86 ; 5,8 ; 4,7]	38,1345
6	[8,7 ; 5,86 ; 4,97]	38,5266
7	[9,49 ; 5,9 ; 4,79]	38,3599
8	[9,21 ; 5,86 ; 4,94]	38,5743
9	[8,98 ; 5,82 ; 4,99]	38,6107
10	[9,6 ; 5,81 ; 4,93]	38,5118

Berdasarkan hasil dari proses algoritma Genetika dengan 10 kali percobaan yang ditunjukkan pada Tabel 3 pada kasus memaksimumkan Persamaan (1) diperoleh hasil yang konvergen ke nilai maksimum adalah $38{,}6182$ yang berada pada percobaan ke-4 dengan $x = 9{,}38;\ y = 5{,}84;$ dan $z = 4{,}99$.

(ii) Untuk kasus meminimumkan fungsi tujuan.

Penyelesaian kasus meminimumkan Persamaan (1) dengan algoritma Genetika memiliki proses yang hampir sama dengan kasus memaksimumkan Persamaan (1). Perbedaan diantara keduanya terletak pada tahap evaluasi *fitness* dimana pada kasus meminimumkan fungsi tujuan nilai *fitness* yang diambil adalah nilai yang memiliki fungsi objektif yang rendah. Selain itu, pada kasus meminimumkan fungsi tujuan proses seleksi individu yang digunakan adalah *ranking selection* (seleksi peringkat). Dalam metode ini, kromosom dalam suatu populasi diurutkan berdasarkan nilai *fitness*nya. Kromosom yang memiliki nilai *fitness* yang lebih tinggi menempati peringkat yang lebih tinggi atau mempunyai urutan lebih awal. Probabilitas terpilihnya kromosom ditentukan berdasarkan suatu fungsi distribusi dimana peningkatan nilai probabilitas kromosom dari kromosom awal hingga kromosom akhir memiliki nilai yang sama sedemikian sehinggga jumlah probabilitas semua kromosom sama dengan satu.

Tentukan peringkat *fitness* mulai dari yang terbesar sampai terkecil,

$$ranking(i) = fitness\ ;i = 1,2,\dots,50 \tag{5}$$

dengan

$$ranking(1) > ranking(2) > \cdots > ranking(50)$$

sehingga

$ranking(1) =$ $fitness$ maksimum dan $ranking(50) =$ $fitness$ minimum

Total *fitness* merupakan jumlahan dari fungsi distribusi peringkat.

$$Total fitness\ (F) = \sum_{rank=1}^{50} rank \tag{6}$$

Kemudian menentukan probabilitas untuk setiap kromosom.

$$P_k = \frac{ranking(k)}{F}\ ;k = 1, 2, \dots, 50 \tag{7}$$

Selain proses evaluasi *fitness* dan seleksi individu langkah selanjutnya untuk proses meminimumkan fungsi sama dengan proses memaksimumkan fungsi.

Hasil pada kasus meminimumkan fungsi tujuan Persamaan (1) menggunakan algoritma Genetika dengan 10 kali percobaan ditunjukkan pada Tabel 4.

Tabel 4 Hasil Minimum pada Kasus Nonlinear

Percobaan	Kromosom	Nilai Minimum
1	[11,96 ; 3,09 ; 0,07]	24,4436
2	[11,90 ; 3,12 ; 0,17]	24,5492
3	[11,98 ; 3,05 ; 0,07]	24,4171
4	[11,91 ; 3,17 ; 0,42]	24,5522
5	[11,95 ; 3,16 ; 0,18]	24,4643
6	[11,79 ; 3,10 ; 0,05]	24,7348
7	[11,96 ; 3,06 ; 0,15]	24,4518
8	[11,98 ; 3,13 ; 0,04]	24,4050
9	[11,99 ; 3,19 ; 0,36]	24,4099
10	[11,97 ; 3,05 ; 0,02]	24,4345

Berdasarkan hasil dari proses algoritma Genetika dengan 10 kali percobaan yang ditunjukkan pada Tabel 4 pada kasus meminimumkan Persamaan (1) diperoleh hasil yang konvergen ke nilai minimum adalah $24{,}4050$ yang berada pada percobaan ke-8 dengan $x = 11{,}98$; $y = 3{,}13$; dan $z = 0{,}04$.

II. Menentukan nilai optimum fungsi tujuan pada kasus pemrograman linear.

Diberikan fungsi tujuan X yaitu:

$$X = 2x + 3y + 4z + 5 \tag{8}$$

dengan batasan kendala sebagai berikut:

$$5 \leq x \leq 9$$
$$3 \leq y \leq 7$$
$$0 \leq z \leq 5$$

(i) Untuk kasus memaksimumkan fungsi tujuan.

Dengan tahapan proses pengerjaan yang sama pada kasus memaksimumkan fungsi tujuan pada kasus pemrograman nonlinear, penyelesaian Persamaan (8) dengan menggunakan algoritma Genetika untuk kasus memaksimumkan fungsi tujuan X dengan 10 kali percobaan memperoleh hasil yang ditunjukkan pada Tabel 5.

Tabel 5 Hasil Maksimum pada Kasus Linear

Percobaan	Kromosom	Nilai Maksimum
1	[8,94 ; 6,94 ; 4,58]	62,02
2	[8,7 ; 6,66 ; 4,97]	62,26
3	[8,8 ; 6,22 ; 4,8]	60,46
4	[8,62 ; 6,96 ; 4,62]	61,60
5	[8,86 ; 6,23 ; 4,96]	61,25
6	[8,86 ; 6,81 ; 4,97]	63,03
7	[8,64 ; 6,77 ; 4,93]	62,31
8	[8,85 ; 6,89 ; 4,94]	63,13
9	[8,7 ; 6,76 ; 4,62]	61,16
10	[8,97 ; 6,75 ; 4,92]	62,87

Berdasarkan hasil dari proses algoritma Genetika dengan 10 kali percobaan yang ditunjukkan pada Tabel 5 pada kasus memaksimumkan Persamaan (8) diperoleh hasil yang konvergen ke nilai maksimum adalah **63,13** yang berada pada percobaan ke-8 dengan $x = 8{,}85;\ y = 6{,}89;$ dan $z = 4{,}94$.

(ii) Untuk kasus meminimumkan fungsi tujuan.

Dengan tahapan proses pengerjaan yang sama pada kasus meminimumkan fungsi tujuan pada kasus pemrograman nonlinear, penyelesaian Persamaan (8) dengan menggunakan algoritma Genetika untuk mencari nilai minimum fungsi tujuan X dengan 10 kali percobaan memperoleh hasil yang ditunjukkan pada Tabel 6.

Tabel 6 Hasil Minimum pada Kasus Linear

Percobaan	Kromosom	Nilai Minimum
1	[5,08 ; 3,03 ; 0,14]	24,81
2	[5,02 ; 3,08 ; 0,07]	24,56
3	[5,11 ; 3,05 ; 0,17]	25,05
4	[5,04 ; 3,07 ; 0,07]	24,57
5	[5,06 ; 3,22 ; 0,02]	24,86
6	[5,28 ; 3,09 ; 0,18]	25,55
7	[5,05 ; 3,06 ; 0,03]	24,40
8	[5,03 ; 3,01 ; 0,01]	24,13
9	[5,02 ; 3,1 ; 0,03]	24,46
10	[5,15 ; 3,03 ; 0,01]	24,43

Berdasarkan hasil dari proses algoritma Genetika dengan 10 kali percobaan yang ditunjukkan pada Tabel 6 pada kasus meminimumkan Persamaan (8) diperoleh hasil yang konvergen ke nilai minimum adalah **24,13** yang berada pada percobaan ke-8 dengan $x = 5{,}03;\ y = 3{,}01;$ dan $z = 0{,}01$.

PENUTUP

Berdasarkan pembahasan yang telah dipaparkan, dapat ditarik kesimpulan bahwa kasus pemrograman linear dan nonlinear dapat diselesaikan dengan algoritma Genetika. Penyelesaian kasus pemrograman linear dan nonlinear dengan algoritma Genetika dikerjakan melalui implementasinya pada suatu program komputer. Kasus yang dikerjakan adalah menentukan nilai maksimum dan minimum fungsi tujuan pada pemrograman linear dan nonlinear. Untuk kasus pemrograman linear diberikan suatu fungsi tujuan X yaitu $X = 2x + 3y + 4z + 5$ dengan batasan kendala $5 \leq x \leq 9$, $3 \leq y \leq 7$, dan $0 \leq z \leq 5$. Untuk kasus pemrograman nonlinear diberikan suatu fungsi tujuan Z yaitu $Z = 21{,}5 + x\sin(4\pi x) + y\cos(20\pi y) + z\tan(2\pi z)$ dengan batasan kendala $7 \leq x \leq 12$, $3 \leq y \leq 6$, dan $0 \leq z \leq 5$. Penyelesaian kasus tersebut menggunakan algoritma Genetika dengan parameter kontrol yaitu (*popsize* ; P_c; P_m) = (50; 0,60; 0,01). Kriteria berhenti yang digunakan adalah jumlah generasi = 100 dengan 10 kali percobaan algoritma Genetika. Percobaan dilakukan untuk masing-masing kasus memaksimumkan dan meminimumkan fungsi tujuan pada pemrograman linear dan nonlinear. Hasil analisis 10 kali percobaan untuk setiap kasus didapatkan suatu nilai yang konvergen ke nilai optimum. Pada kasus pemrograman linear didapat nilai yang konvergen ke nilai maksimum untuk fungsi tujuan X adalah 63,13 dengan $x = 8{,}85;\ y = 6{,}89;$ dan $z = 4{,}94$, sedangkan nilai yang konvergen ke nilai minimum untuk fungsi tujuan X adalah **24,13** dengan $x = 5{,}03;\ y = 3{,}01;$ dan $z = 0{,}01$. Pada kasus pemrograman nonlinear didapat nilai yang konvergen ke nilai maksimum untuk fungsi tujuan Z adalah **38,6182** dengan $x = 9{,}38;\ y = 5{,}84;$ dan $z = 4{,}99$, sedangkan nilai yang konvergen ke nilai minimum untuk fungsi tujuan Z adalah **24,4050** dengan $x = 11{,}98;\ y = 3{,}13\ ;\ dan\ z = 0{,}04$.

DAFTAR PUSTAKA

[1].Haupt, R.L and Sue .E. Haupt. *Practical Genetic Algorithms*. Second Edition. New Jersey: John Wiley & Sons,inc; 2004.
[2].Supranto, Johanes. *Riset Operasi untuk Pengambilan Keputusan*. Jakarta: Penerbit Universitas Indonesia (UI-Pers); 2009.
[3].Bustani, H. *Fundamental Operation Research*. Jakarta: PT Gramedia Pustaka Utama; 2005.
[4].Kusumadewi, Sri. *Artificial Intelegence (Teknik dan Aplikasinya)*. Yogyakarta: Graha Ilmu; 2003.
[5].Sivanandam, S.N and S.N. Deepa. *Introduction to Genetic Algorithms*. Berlin: Springer; 2008.

ABDUL AZIS : Jurusan Matematika FMIPA UNTAN, Pontianak, abdulalazis99@gmail.com
BAYU PRIHANDONO : Jurusan Matematika FMIPA UNTAN, Pontianak, beiprihandono@gmail.com
ILHAMSYAH : Jurusan Matematika FMIPA UNTAN, Pontianak, ilhamsm99@gmail.com