

MODEL ANTRIAN PADA STASIUN PENGISIAN DAN PENGANGKUTAN BULK ELPIJI (SPPBE) PT USAHA GAS ELPINDO PONTIANAK DENGAN NOTASI KENDALL-LEE

Yustina Titin, Helmi, Marisi Aritonang

INTISARI

Masalah antrian merupakan hal yang tidak bisa terlepas dari sistem pelayanan. Antrian terjadi karena banyaknya pelanggan yang membutuhkan jasa pelayanan pada waktu bersamaan. Terdapat dua ukuran dalam antrian yaitu antrian terbatas dan antrian tidak terbatas. Antrian dikatakan terbatas jika hanya sejumlah pelanggan yang bisa masuk ke dalam sistem antrian. Hal ini terjadi dikarenakan adanya batasan kapasitas dan jumlah stok yang tersedia. Antrian tidak terbatas berarti tidak ada batasan jumlah pelanggan yang bisa masuk ke dalam sistem antrian. Pengisian ulang gas elpiji pada SPPBE PT Usaha Gas Elpindo Pontianak merupakan salah satu contoh antrian terbatas, jumlah truk yang bisa masuk ke dalam sistem antrian dibatasi, dikarenakan jumlah persediaan stok perhari yang tersedia terbatas. Penelitian ini menganalisis proses kedatangan truk, waktu pelayanan truk dan menentukan model antrian yang sesuai pada SPPBE PT Usaha Gas Elpindo Pontianak dengan notasi Kendall-Lee. Notasi Kendall-Lee dituliskan dalam format umum yaitu $(a/b/c):(d/e/f)$, dengan a adalah distribusi kedatangan, b adalah distribusi waktu pelayanan, c adalah jumlah fasilitas pelayanan, d adalah disiplin pelayanan, e adalah ukuran dalam antrian dan f adalah sumber kedatangan. Dengan uji Chi Kuadrat diperoleh proses kedatangan truk berdistribusi Poisson dan waktu pelayanan truk berdistribusi Eksponensial. Berdasarkan notasi Kendall-Lee, model antrian yang sesuai pada SPPBE PT Usaha Gas Elpindo Pontianak di tahap pertama (pengisian ulang) adalah model antrian $(M/M/7):(FIFO/63/\infty)$ dan pada tahap kedua (pengecekan) adalah model antrian $(M/M/1):(FIFO/57/\infty)$.

Kata Kunci : Sistem Antrian, Model Antrian Khusus Poisson.

PENDAHULUAN

Proses antrian adalah proses yang berhubungan dengan kedatangan seseorang pelanggan pada suatu fasilitas pelayanan, kemudian menunggu dalam suatu barisan untuk mendapatkan pelayanan. Antrian timbul karena banyaknya individu yang membutuhkan jasa pelayanan pada waktu yang bersamaan. Dalam model antrian, kedatangan pelanggan dan waktu pelayanan diringkaskan dalam bentuk distribusi probabilitas yang umumnya disebut distribusi kedatangan dan distribusi waktu pelayanan [1]. Kedua distribusi ini mewakili proses kedatangan pelanggan dan waktu pelayanan. Notasi Kendall-Lee digunakan untuk menentukan model antrian, secara umum model antrian yaitu $(a/b/c):(d/e/f)$. Unsur-unsur dasar dari model antrian meliputi distribusi kedatangan, distribusi waktu pelayanan, jumlah fasilitas pelayanan, disiplin pelayanan, ukuran dalam antrian dan sumber kedatangan.

PT Usaha Gas Elpindo adalah salah satu tempat pengisian ulang gas elpiji khususnya untuk gas elpiji 3 kg yang terdapat di kota Pontianak. Gas elpiji yang telah diisi ulang diangkut oleh truk-truk agen yang bekerja sama dengan Pertamina. Truk-truk menunggu dalam antrian untuk mendapatkan giliran pelayanan. Penelitian ini menganalisis proses kedatangan truk dan waktu pelayanan truk serta menganalisis model antrian yang sesuai pada SPPBE PT Usaha Gas Elpindo Pontianak. Pengambilan data dilakukan secara langsung ke lapangan dengan mengamati sistem antrian pada SPPBE PT Usaha Gas Elpindo Pontianak. Data yang dikumpulkan adalah banyaknya truk yang datang, waktu truk menunggu dalam antrian dan waktu truk menunggu dalam sistem. Selanjutnya melakukan uji distribusi kedatangan dan distribusi waktu pelayanan menggunakan uji Chi Kuadrat. Setelah diketahui distribusi kedatangan dan distribusi waktu pelayanan dapat ditentukan model antrian dengan notasi Kendall-Lee.

ANTRIAN

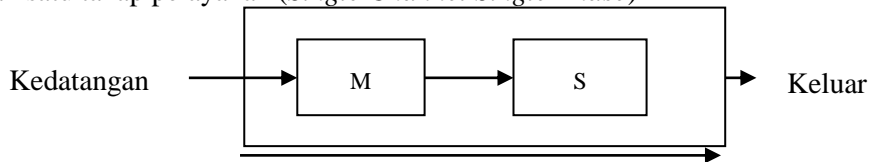
Antrian adalah keadaan dimana seseorang harus menunggu giliran untuk mendapatkan jasa pelayanan . Sistem antrian adalah suatu himpunan pelanggan, pelayanan, dan aturan yang mengatur kedatangan para pelanggan.

Ada 4 bentuk disiplin antrian menurut urutan kedatangan, yaitu [2]:

1. *First Come First Served* (FCFS) atau *First In First Out* (FIFO) yaitu pelanggan yang datang lebih awal mendapatkan pelayanan lebih dahulu. Ini merupakan disiplin antrian yang umum digunakan, misalnya antrian pada loket pembelian tiket bioskop.
2. *Last In Random Order* (LCFS) atau *Last In First Out* (LIFO) yaitu pelanggan yang datang paling akhir dilayani terlebih dahulu, misalnya sistem antrian pada lift untuk lantai yang sama.
3. *Service In Random Order* (SIRO) atau *Random Selection for Service* (RSS) yaitu pelayanan berdasarkan pada peluang secara random atau pelayanan dilakukan secara acak, misalnya antrian pada barisan dimana penarikan berdasarkan nomor undian.
4. *Prioritas Service* (PS) yaitu prioritas pelayanan diberikan kepada pelanggan yang mempunyai prioritas lebih tinggi dibandingkan dengan pelanggan yang mempunyai prioritas yang lebih rendah.

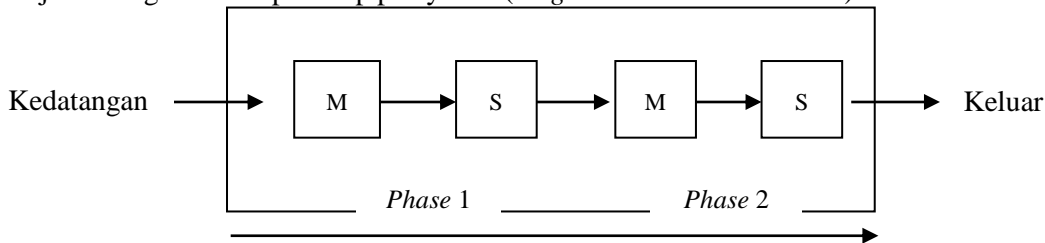
Ada 4 struktur dasar proses antrian yaitu [3]:

1. Satu jalur dan satu tahap pelayanan (*Single Channel Single Phase*)



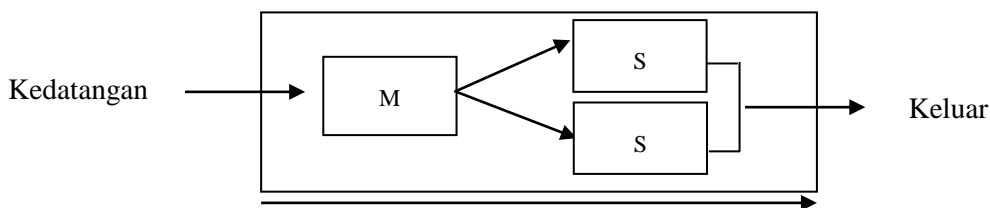
Gambar 1 Struktur Antrian *Single Channel Single Phase*

2. Satu jalur dengan beberapa tahap pelayanan (*Single Channel Multi Phase*)



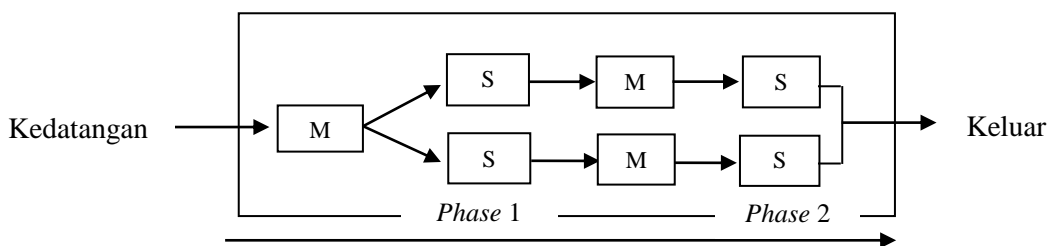
Gambar 2 Struktur Antrian *Single Channel Multi Phase*

3. Beberapa jalur dengan satu tahap pelayanan (*Multi Channel Single Phase*)



Gambar 3 Struktur Antrian *Multi Channel Single Phase*

4. Beberapa jalur dengan beberapa tahap pelayanan (*Multi Channel Multi Phase*)



Gambar 4 Struktur Antrian *Multi Channel Multi Phase*

NOTASI KENDALL-LEE

Notasi Kendall-Lee digunakan untuk menentukan model antrian, Notasi lengkap Kendall-Lee dituliskan dalam format umum $(a/b/c) : (d/e/f)$, dengan a adalah bentuk distribusi kedatangan, b adalah bentuk distribusi waktu pelayanan, c adalah jumlah fasilitas pelayanan dalam sistem, d adalah disiplin pelayanan, e adalah jumlah maksimum yang diijinkan dalam sistem, f adalah sumber kedatangan. Huruf a dan b dapat diganti dengan menggunakan kode M, D, G dan R . Dengan M adalah distribusi kedatangan Poisson atau distribusi pelayanan Eksponensial, D adalah waktu antar kedatangan atau waktu pelayanan tetap, G adalah distribusi umum, R menyatakan bilangan bulat positif yang lebih besar atau sama dengan satu.

Huruf d yang merupakan simbol untuk disiplin pelayanan dapat disubstitusi dengan kode berikut ini yaitu *FIFO (First In First Out)*, *LIFO (Last In First Out)*, *SIRO (Service In random Order)*, *GD (General service Disciplint)*, dan *PS (Priority Service)*. Untuk e dan f dapat menggunakan kode N menyatakan satuan yang terbatas dan ∞ menyatakan satuan yang tidak terbatas. Dalam antrian terdapat beberapa model antrian yang digunakan untuk menyelesaikan beberapa kasus antrian. Setiap model dibentuk dari notasi Kendall-Lee. Berikut adalah model-model antrian khusus Poisson [1].

1. Model Antrian $(M/M/1): (GD/N/\infty)$

Pelanggan yang diijinkan dalam sistem pada model antrian $(M/M/1): (GD/N/\infty)$ adalah N dan panjang antrian maksimum adalah $(N - 1)$. Ini berarti bahwa terdapat N pelanggan dalam sistem, pelanggan yang baru tiba membatalkan niatnya atau tidak diizinkan bergabung dengan antrian. Berikut adalah rumus karakteristik model antrian $(M/M/1): (GD/N/\infty)$:

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{\lambda}{\mu}; \\ P_0 &= \frac{1-\rho}{1-\rho^{N+1}}; \\ P_n &= \frac{1-\rho}{1-\rho^{N+1}} \rho^n; \\ L_s &= \frac{\rho[1-(N+1)\rho^N + N\rho^{N+1}]}{(1-\rho)(1-\rho^{N+1})}; \\ L_q &= L_s - \frac{\lambda(1-P_n)}{\mu}; \\ W_s &= \frac{L_s}{\lambda(1-P_n)}; \\ W_q &= \frac{L_q}{\lambda(1-P_n)}; \end{aligned}$$

dengan λ adalah rata-rata kedatangan pelanggan, μ adalah rata-rata pelayanan dalam satuan waktu, ρ adalah tingkat kegunaan fasilitas pelayanan, P_0 adalah probabilitas tidak ada pelanggan, P_n adalah probabilitas pelanggan tidak dapat bergabung dalam sistem, L_s adalah jumlah pelanggan yang diperkirakan dalam sistem, L_q adalah jumlah pelanggan yang diperkirakan dalam antrian, W_s adalah waktu menunggu yang diperkirakan dalam sistem dan W_q adalah waktu menunggu yang diperkirakan dalam antrian.

2. Model Antrian $(M/M/c): (GD/N/\infty), c \leq N$

Pada model antrian $(M/M/c): (GD/N/\infty)$ kapasitas sistem dibatasi sampai N yaitu ukuran antrian maksimum = $N - c$. Ini berarti bahwa terdapat N pelanggan dalam sistem, pelanggan yang baru tiba membatalkan niatnya atau tidak diizinkan bergabung dengan antrian. Berikut adalah rumus karakteristik model antrian $(M/M/c): (GD/N/\infty), c \leq N$:

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{\lambda}{\mu}; \\ P_0 &= \left[\sum_{n=0}^{c-1} \frac{\rho^n}{n!} + \frac{\rho^c(1-(\rho/c)^{N-c+1})}{c!(1-\rho/c)} \right]^{-1}; \\ P_n &= \frac{\rho^n}{c!c^{n-c}} P_0; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
L_q &= P_0 \frac{\rho^{c+1}}{(c-1)!(c-\rho)^2} \left\{ 1 - \left(\frac{\rho}{c}\right)^{N-c} - (N-c) \left(\frac{\rho}{c}\right)^{N-c} \left(1 - \frac{\rho}{c}\right) \right\}, \\
L_s &= L_q + \frac{\lambda(1-P_n)}{\mu}; \\
W_q &= \frac{L_q}{\lambda(1-P_n)}; \\
W_s &= \frac{L_s}{\lambda(1-P_n)};
\end{aligned}$$

dengan c adalah fasilitas pelayanan yang paralel, λ adalah rata-rata kedatangan pelanggan, μ adalah rata-rata pelayanan dalam satuan waktu, ρ adalah tingkat kegunaan fasilitas pelayanan, P_0 adalah probabilitas tidak ada pelanggan, P_n adalah probabilitas pelanggan tidak dapat bergabung dalam sistem, L_q adalah jumlah pelanggan yang diperkirakan dalam antrian, L_s adalah jumlah pelanggan yang diperkirakan dalam sistem, W_q adalah waktu menunggu yang diperkirakan dalam antrian dan W_s adalah waktu menunggu yang diperkirakan dalam sistem.

UJI KECOCOKAN DISTRIBUSI

Pengujian distribusi kedatangan dan distribusi waktu pelayanan pada penelitian ini menggunakan uji Chi kuadrat. Uji Chi Kuadrat digunakan untuk menguji hipotesis distribusi kontinu dan diskrit yang memiliki jumlah sampel yang besar. Langkah pengujian distribusi adalah sebagai berikut:

1. Menentukan hipotesis

H_0 : Ada hubungan antara distribusi teoritis dengan distribusi aktual.

H_1 : Tidak ada hubungan antara distribusi teoritis dengan distribusi aktual.

Kriteria pengujian adalah H_0 diterima, apabila $\chi^2_{hitung} < \chi^2_{tabel}$ dengan tingkat ketelitian $\alpha = 5\%$ dan derajat kebebasan $(dk) = (k - 1)(b - 1)$ [4]. Dengan k adalah banyaknya interval waktu, dan b adalah banyaknya hari dalam pengamatan.

2. Pengujian hipotesis dengan Uji Chi Kuadrat, sebagai berikut :

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^b \sum_{j=1}^k \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}} \quad (1)$$

dengan χ^2 adalah nilai dari Chi Kuadrat, O_{ij} adalah banyaknya data yang diamati pada baris i kolom j dalam interval waktu 1 jam, E_{ij} adalah banyaknya data yang diharapkan pada baris i kolom j dalam interval waktu 1 jam. Untuk mencari kedatangan dan waktu pelayanan yang diharapkan (E_{ij}) sebagai berikut:

$$E_{ij} = \frac{K_j \times B_i}{M} \quad (2)$$

dengan K_j adalah jumlah data pada kolom ke j , B_i adalah jumlah data pada baris ke i , M adalah jumlah seluruh data.

UKURAN STEADY STATE DARI KINERJA

Ukuran *Steady State* adalah keadaan yang stabil dimana laju kedatangan kurang dari laju pelayanan. Jika $S > 1$ maka kedatangan terjadi dengan laju yang lebih cepat dibandingkan dengan jumlah yang dapat dilayani. Demikian pula jika laju kedatangan sama dengan laju pelayanan $S = 1$ maka tidak akan terjadi antrian, dengan kata lain *Steady State* tidak tercapai. Jadi *Steady State* dapat tercapai apabila

$$S = \rho \cdot \frac{1}{c} < 1$$

dengan S adalah *Steady State* dari antrian, ρ adalah kegunaan fasilitas pelayanan, c adalah jumlah fasilitas pelayanan.

SISTEM ANTRIAN PADA STASIUN PENGISIAN DAN PENGANGKUTAN BULK ELPIJI (SPPBE) PT USAHA GAS ELPINDO PONTIANAK

SPPBE PT Usaha Gas Elpindo yang dipimpin oleh Bapak Hamzah Tanwil merupakan salah satu tempat pengisian ulang gas elpiji yang ada di kota Pontianak. Gas elpiji pada PT Usaha Gas Elpindo berasal dari depot Pertamina Tanjung Uban, distribusi gas elpiji menggunakan kapal Tanker. Agen elpiji membeli elpiji secara tunai kepada Pertamina dengan lokasi pengambilan di SPPBE. Setiap truk membawa 560 tabung gas elpiji 3 kg kosong yang kemudian dilakukan pengisian ulang.

Penelitian ini dilakukan selama enam hari pada tanggal 22 Juni 2015 sampai 27 Juni 2015 dengan waktu penelitian dari jam 07.00 sampai 16.00. Pada SPPBE PT Usaha Gas Elpindo Pontianak terdapat dua tahap pelayanan, tahap pertama yaitu pengisian ulang dan tahap kedua yaitu pengecekan. Struktur antrian pada penelitian ini adalah *Multi Phase*, yaitu antrian dengan beberapa tahap pelayanan (*Phase*). Disiplin antrian yang digunakan adalah *FIFO (First In First Out)* yaitu, truk yang pertama datang dilayani terlebih dahulu.

UJI HIPOTESIS DISTRIBUSI PROSES KEDATANGAN

Analisis proses kedatangan truk dilakukan dengan menggunakan uji Chi Kuadrat dengan tingkat ketelitian 5% ($\alpha = 0,05$), dimana data yang digunakan adalah jumlah kedatangan truk pada SPPBE PT Usaha Gas Elpindo pontianak, dengan interval waktu satu jam dimana kedatangan truk dimulai pukul 07.00 sampai dengan pukul 16.00 ditunjukkan pada Tabel 1.

Tabel 1 Kedatangan Truk dengan Interval Waktu 1 Jam

Hari	O_{ij_1}	O_{ij_2}	O_{ij_3}	O_{ij_4}	O_{ij_5}	O_{ij_6}	O_{ij_7}	O_{ij_8}	O_{ij_9}	Jumlah
Senin	14	7	7	7	3	5	4	3	3	53
Selasa	12	8	6	5	3	8	4	2	4	52
Rabu	15	8	11	5	4	7	2	4	0	56
Kamis	10	9	6	5	2	6	1	2	5	46
Jumat	14	9	10	4	0	5	6	3	5	56
Sabtu	14	11	6	1	7	7	1	4	2	53
Jumlah	79	52	46	27	19	36	18	18	19	316

Sumber : SPPBE PT Usaha Gas Elpindo Pontianak

Dari Tabel 1 dan menggunakan Persamaan (2), jumlah kedatangan truk yang diharapkan dapat dihitung. Hasil perhitungan jumlah kedatangan truk yang diharapkan ditunjukkan pada Tabel 2.

Tabel 2 Kedatangan Truk yang Diharapkan

Hari	E_{ij_1}	E_{ij_2}	E_{ij_3}	E_{ij_4}	E_{ij_5}	E_{ij_7}	E_{ij_8}	E_{ij_8}	E_{ij_9}	Jumlah
Senin	13,3	8,7	7,7	4,5	3,2	6,4	3,0	3,0	3,2	53
Selasa	13,0	8,6	7,6	4,4	3,1	6,3	3,0	3,0	3,1	52
Rabu	14,0	9,2	8,2	4,8	3,4	6,7	3,2	3,2	3,4	56
Kamis	11,5	7,6	6,7	3,9	2,8	5,5	2,6	2,6	2,8	46
Jumat	14,0	9,2	8,2	4,8	3,4	6,7	3,2	3,2	3,4	56
Sabtu	13,3	8,7	7,7	4,5	3,2	6,4	3,0	3,0	3,2	53
Jumlah	79,0	52,0	46,0	27,0	19,0	38,0	18,0	18,0	19,0	316,0

Berdasarkan Tabel 1 dan Tabel 2, dengan menggunakan Persamaan (1) diperoleh nilai Chi Kuadrat hitung kedatangan truk yang ditunjukkan pada Tabel 3. Sebelum dilakukan uji Chi Kuadrat untuk proses kedatangan truk pada SPPBE PT Usaha Gas Elpindo Pontianak, diberikan hipotesis untuk kedatangan truk pada SPPBE PT Usaha Gas Elpindo Pontianak :

H_0 : Proses kedatangan truk berdistribusi Poisson

H_1 : Proses kedatangan truk tidak berdistribusi Poisson

Tabel 3 Nilai Chi Kuadrat Hitung (χ^2_{hitung}) Distribusi Poisson

Hari	Nilai χ^2									Jumlah
Senin	0,04	0,34	0,07	1,37	0,01	0,30	0,32	0,00	0,01	2,43
Selasa	0,08	0,04	0,33	0,07	0,01	0,49	0,36	0,31	0,24	1,92
Rabu	0,07	0,16	1,00	0,01	0,12	0,01	0,44	0,21	3,37	5,38
Kamis	0,20	0,27	0,07	0,29	0,21	0,04	1,00	0,15	1,80	4,03
Jumat	0,00	0,01	0,42	0,13	3,37	0,45	2,48	0,01	0,79	7,65
Sabtu	0,04	0,06	0,38	2,75	4,56	0,06	1,38	0,32	0,44	10,50
Jumlah	0,43	1,41	2,26	4,60	8,26	1,34	5,95	1,00	6,66	31,92

Pada Tabel 3 diketahui bahwa nilai total Chi Kuadrat hitung (χ^2_{hitung}) adalah 31,92. Dengan derajat kebebasan (dk) adalah 40 dan tingkat ketelitian 5% maka harga Chi Kuadrat tabel adalah 55,759. Karena $\chi^2_{hitung} < \chi^2_{tabel}$, sehingga H_0 diterima yang artinya kedatangan truk pada SPPBE PT Usaha Gas Elpindo Pontianak berdistribusi Poisson.

UJI HIPOTESIS DISTRIBUSI WAKTU PELAYANAN

Analisis waktu pelayanan truk diuji dengan uji kecocokan distribusi Chi Kuadrat dengan tingkat ketelitian 5% ($\alpha = 0,05$), dimana data yang digunakan adalah jumlah waktu pelayanan truk dengan interval waktu satu jam yaitu dimulai dari pukul 07.00 sampai dengan pukul 16.00 ditunjukkan pada Tabel 4.

Tabel 4 Waktu Pelayanan Truk dengan Interval Waktu 1 Jam

Hari	O_{ij_1}	O_{ij_2}	O_{ij_3}	O_{ij_4}	O_{ij_5}	O_{ij_6}	O_{ij_7}	O_{ij_8}	O_{ij_9}	Jumlah
Senin	46,1	46,2	46,3	46,3	46,1	46,6	46,8	46,3	46,3	417,1
Selasa	46,0	42,1	46,6	46,3	46,8	47,3	45,9	46,2	46,2	413,6
Rabu	46,1	46,3	46,6	46,2	46,7	45,9	46,5	47,0	47,0	417,7
Kamis	46,1	46,6	46,4	46,5	47,7	46,3	46,3	46,5	46,5	418,7
Jumat	46,2	46,2	46,3	46,5	6,5	40,5	46,0	46,8	46,3	371,3
Sabtu	46,1	46,0	46,6	46,3	46,2	46,2	45,1	46,5	46,5	416,2
Jumlah	276,8	274,0	278,8	278,1	239,8	272,8	276,5	279,2	278,5	2454,6

Sumber : SPPBE PT Usaha Gas Elpindo Pontianak

Dari Tabel 4 dan menggunakan Persamaan (2), waktu pelayanan truk yang diharapkan dapat dihitung. Hasil perhitungan jumlah kedatangan truk yang diharapkan ditunjukkan pada Tabel 5

Tabel 5 Waktu Pelayanan Truk yang Diharapkan

Hari	E_{ij_1}	E_{ij_2}	E_{ij_3}	E_{ij_4}	E_{ij_5}	E_{ij_6}	E_{ij_7}	E_{ij_8}	E_{ij_9}	Jumlah
Senin	47,0	46,6	47,1	47,3	40,7	46,4	47,0	47,4	47,3	417,1
Selasa	46,6	46,2	47,0	46,9	40,4	46,0	46,6	47,0	46,9	413,6
Rabu	47,1	46,6	47,4	47,3	40,8	46,4	47,1	47,5	47,4	417,7
Kamis	47,2	46,7	47,6	47,4	40,9	46,5	47,2	47,6	47,5	418,7
Jumat	41,9	41,5	42,2	42,1	36,3	41,3	41,8	42,2	42,1	371,3
Sabtu	46,9	46,5	47,3	47,2	40,7	46,3	46,9	47,2	47,2	416,2
Jumlah	276,8	274,0	278,8	278,1	239,8	272,8	276,5	279,2	278,5	2454,6

Berdasarkan Tabel 4 dan Tabel 5, dengan menggunakan Persamaan (1) diperoleh nilai Chi Kuadrat hitung waktu pelayanan truk yang ditunjukkan pada Tabel 3. Sebelum dilakukan uji Chi Kuadrat untuk waktu pelayanan truk pada SPPBE PT Usaha Gas Elpindo Pontianak, diberikan hipotesis untuk waktu pelayanan truk pada SPPBE PT Usaha Gas Elpindo Pontianak :

H_0 : Proses kedatangan truk berdistribusi Eksponensial

H_1 : Proses kedatangan truk tidak berdistribusi Eksponensial

Tabel 6 Nilai Chi Kuadrat Hitung (χ^2_{hitung}) Distribusi Eksponensial

Hari	Nilai χ^2									Jumlah
Senin	0,01	0,00	0,02	0,02	0,70	0,00	0,00	0,03	0,02	0,82
Selasa	0,01	0,36	0,00	0,01	1,02	0,04	0,01	0,02	0,00	1,47
Rabu	0,02	0,00	0,01	0,02	0,85	0,01	0,01	0,01	0,02	0,96
Kamis	0,03	0,00	0,03	0,02	1,06	0,00	0,01	0,03	0,02	1,20
Jumat	0,45	0,54	0,41	0,46	24,44	0,01	0,42	0,49	0,42	27,63
Sabtu	0,01	0,00	0,01	0,01	0,74	0,00	0,07	0,01	0,01	0,87
Jumlah	0,53	0,94	0,49	0,54	31,8	0,06	0,52	0,58	0,50	32,95

Pada Tabel 6 diketahui bahwa nilai total Chi Kuadrat hitung (χ^2_{hitung}) adalah 32,95. Dengan derajat kebebasan (dk) adalah 40 dan tingkat ketelitian 5% maka harga Chi Kuadrat tabel adalah 55,759. Karena $\chi^2_{hitung} < \chi^2_{tabel}$, sehingga H_0 diterima yang artinya kedatangan truk pada SPPBE PT Usaha Gas Elpindo Pontianak berdistribusi Eksponensial.

MODEL ANTRIAN YANG SESUAI PADA SPPBE PT USAHA GAS ELPINDO PONTIANAK

Pada SPPBE PT Usaha Gas Elpindo pontianak, di tahap pertama (pengisian ulang gas elpiji), setelah dilakukan uji distribusi dengan uji Chi Kuadrat, diperoleh proses kedatangan berdistribusi Poisson (dinotasikan dengan M). Waktu pelayanan berdistribusi Eksponensial (dinotasikan dengan M). Disiplin antrian adalah *FIFO (First In First Out)* dengan 7 fasilitas pelayanan. Ukuran dalam antrian terbatas (N), karena truk yang boleh bergabung dibatasi 56 truk perhari, ditambah jumlah fasilitas pelayanan yaitu 7 fasilitas pelayanan sehingga ukuran dalam antrian yaitu 63. Tidak ada batasan untuk sumber kedatangan dinotasikan ∞ . Berdasarkan notasi Kendall-Lee, model antrian yang sesuai pada SPPBE PT Usaha Gas Elpindo Pontianak di tahap pertama yaitu model ($M/M/7$): (*FIFO/63/∞*).

Pada tahap kedua (pengecekan), setelah dilakukan uji distribusi dengan uji Chi Kuadrat, diperoleh proses kedatangan berdistribusi Poisson (dinotasikan dengan M). Waktu pelayanan berdistribusi Eksponensial (dinotasikan dengan M). Disiplin antrian adalah *FIFO (First In First Out)* dengan 1 fasilitas pelayanan. Ukuran dalam antrian terbatas (N), karena truk yang boleh bergabung dalam dibatasi 56 truk perhari, ditambah jumlah fasilitas pelayanan yaitu 1 fasilitas pelayanan sehingga ukuran dalam antrian yaitu 57. Tidak ada batasan untuk ukuran sumber pemanggilan dinotasikan ∞ . Berdasarkan notasi Kendall-Lee, model antrian yang sesuai pada SPPBE PT Usaha Gas Elpindo Pontianak di tahap kedua yaitu model ($M/M/1$): (*FIFO/57/∞*).

Perhitungan kinerja sistem antrian tahap pertama dengan memasukkan data yang diperoleh ke dalam rumus yang ada pada model antrian ($M/M/7$): (*FIFO/63/∞*).

- a. Probabilitas tidak ada truk dalam sistem

$$P_0 = \left[\sum_{n=0}^{c-1} \frac{\rho^n}{n!} + \frac{\rho^c (\rho/c)^{N-c+1}}{c! (1 - \rho/c)} \right]^{-1}, \frac{\rho}{c} \neq 1$$

$$= \frac{1}{\frac{6^0}{0!} + \frac{6^1}{1!} + \frac{6^2}{2!} + \frac{6^3}{3!} + \frac{6^4}{4!} + \frac{6^5}{5!} + \frac{6^6}{6!} + \frac{6^7(1 - \frac{6}{7})^{63-7+1}}{7!(1 - \frac{6}{7})}$$

$$P_0 = 0,00163$$

- b. Probabilitas truk tidak dapat bergabung dalam sistem

$$P_n = \frac{\rho^n}{c! c^{n-c}} P_0$$

$$= \frac{6^{56}}{7! 7^{56-7}} 0,00163$$

$$P_n = 0,006$$

- c. Jumlah truk yang diperkirakan dalam antrian

$$L_q = P_0 \frac{\rho^{c+1}}{(c-1)!(c-\rho)^2} \left(1 - \left(\frac{\rho}{c}\right)^{N-c} - (N-c) \left(\frac{\rho}{c}\right)^{N-c} \left(1 - \frac{\rho}{c}\right) \right)$$

$$= 0,00163 \frac{6^8}{6! 1^2} \left(1 - \left(\frac{6}{7}\right)^{63-7} - (63-7) \left(\frac{6}{7}\right)^{63-7} \left(1 - \frac{6}{7}\right) \right)$$

$$L_q = 3,719105661 \approx 4 \text{ truk}$$

- d. Jumlah truk yang diperkirakan dalam sistem

$$\lambda_{eff} = \lambda(1 - P_n)$$

$$= 6(1 - 0,006)$$

$$\lambda_{eff} = 5,964$$

$$L_s = L_q + \frac{\lambda_{eff}}{\mu}$$

$$= 3,719 + \frac{5,964}{1}$$

$$L_s = 9,683 \approx 10 \text{ truk}$$

- e. Waktu menunggu yang diperkirakan dalam antrian

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda_{eff}}$$

$$= \frac{3,719}{5,964}$$

$$W_q = 0,62 \text{ jam atau } 37,2 \text{ menit}$$

- f. Waktu menunggu yang diperkirakan dalam sistem

$$W_s = \frac{L_s}{\lambda_{eff}}$$

$$= \frac{9,683}{5,964}$$

$$W_s = 1,62 \text{ jam atau } 97,2 \text{ menit}$$

Perhitungan kinerja sistem antrian tahap kedua dengan memasukkan data yang diperoleh ke dalam rumus yang ada pada model antrian $(M/M/1): (FIFO/57/\infty)$.

- a. Probabilitas tidak adanya truk dalam sistem

$$P_0 = \frac{1 - \rho}{1 - \rho^{N+1}}, \rho \neq 1$$

$$= \frac{1 - 0,66}{1 - 0,66^{57+1}}$$

$$P_0 = 0,34$$

- b. Probabilitas truk tidak dapat bergabung dalam sistem

$$P_n = \frac{1 - \rho}{1 - \rho^{N+1}} \rho^n$$

$$= \frac{1 - 0,66}{1 - 0,66^{57+1}} 0,66^{56}$$

$$P_n = 2,66649 \times 10^{-11}$$

- c. Jumlah truk yang diperkirakan dalam sistem

$$L_s = \frac{\rho(1 - (N + 1)\rho^N + N\rho^{N+1})}{(1 - \rho)(1 - \rho^{N+1})}$$

$$= \frac{0,66(1 - (57 + 1)0,66^{57} + 57(0,66)^{57+1})}{(1 - 0,66)(1 - 0,66^{57+1})}$$

$$L_s = 1,94 \approx 2 \text{ truk}$$

- d. Jumlah truk yang diperkirakan dalam antrian

$$L_q = L_s - \frac{\lambda(1 - P_n)}{\mu}$$

$$= 1,94 - \frac{6(1 - 2,66649 \times 10^{-11})}{9}$$

$$L_q = 1,28 \approx 1 \text{ truk}$$

- e. Waktu menunggu yang diperkirakan dalam sistem

$$W_s = \frac{L_s}{\lambda(1 - P_n)}$$

$$= \frac{1,94}{6(1 - 2,66649 \times 10^{-11})}$$

$$W_s = 0,32 \text{ jam atau } 19,2 \text{ menit}$$

- f. Waktu menunggu yang diperkirakan dalam antrian

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda(1 - P_n)}$$

$$= \frac{1,25}{6(1 - 2,66649 \times 10^{-11})}$$

$$W_q = 0,21 \text{ jam atau } 12,6 \text{ menit}$$

Tabel 7 Hasil Kinerja Sistem Antrian SPPBE PT Usaha Gas Elpindo Pontianak

Karakteristik Antrian	Tahap 1	Tahap 2
Rata-rata tingkat kedatangan setiap jam (truk) (λ)	6	6
Rata-rata waktu pelayanan (menit/truk) (\bar{X})	40,02	6,35
Rata-rata pelayanan setiap jam (truk) (μ)	1	9
Tingkat kegunaan fasilitas pelayanan (ρ)	6	0,06
Steady State dari kinerja (S)	0,85	0,66
Probabilitas tidak ada truk dalam sistem (P_0)	0,00163	0,34
Probabilitas truk tidak dapat bergabung dalam sistem (P_n)	0,006	$2,66649 \times 10^{-11}$
Jumlah truk yang diperkirakan dalam antrian (L_q)	4	1
Jumlah truk yang diperkirakan dalam sistem (L_s)	10	2
Waktu menunggu yang diperkirakan dalam antrian (menit/truk) (W_q)	37,2	12,6
Waktu menunggu yang diperkirakan dalam sistem (menit/truk) (W_s)	97,2	19,2

PENUTUP

Berdasarkan hasil penelitian dapat disimpulkan bahwa, analisis proses kedatangan truk dan waktu pelayanan truk menggunakan data jumlah kedatangan dan waktu pelayanan truk, menunjukkan bahwa proses kedatangan truk berdistribusi Poisson dan waktu pelayanan berdistribusi Eksponensial. Berdasarkan notasi Kendall-Lee, model antrian yang sesuai pada SPPBE PT Usaha Gas Elpindo Pontianak di tahap pertama (pengisian ulang) yaitu model antrian $(M/M/7): (FIFO/63/\infty)$ dan di tahap kedua (pengecekan) yaitu model antrian $(M/M/1): (FIFO/57/\infty)$.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Taha, A. Hamdy. *Riset Operasi (Suatu pengantar)*, Jilid 2, Edisi ke 5. Jakarta: Binarupa Aksara; 1997.
- [2] Gross, D and Harris, C.M. *Fundamental of Queuing Theory*, Third Edition. USA: MC Graw Hill; 1998.
- [3] Mulyono, S. *Teori Pengambilan Keputusan*. Jakarta: Fakultas Ekonomi Universitas Indonesia; 1996.
- [4] Harahap, S.A.R. Analisis Sistem Antrian Pelayanan Nasabah di PT. Bank Negara Indonesia (Persero) TBK Kantor Cabang Utama USU. *Jurnal Matematika*. 2014; 2:2337-9197.

YUSTINA TITIN : Jurusan Matematika FMIPA UNTAN, Pontianak,
yustinatitin26@gmail.com

HELMI : Jurusan Matematika FMIPA UNTAN, Pontianak,
helmi132205@yahoo.co.id

MARISI ARITONANG : Jurusan Manajemen Agribisnis FAPERTA UNTAN, Pontianak,
Marisi_Hetty@yahoo.com
