Buletin Ilmiah Mat. Stat. dan Terapannya (Bimaster)
Volume 04, No. 3 (2015), hal 211 – 216.

ESTIMASI PARAMETER MODEL COX INGERSOLL ROSS PADA TINGKAT BUNGA BANK INDONESIA MENGGUNAKAN METODE *MAXIMUM LIKELIHOOD ESTIMATION*

Fanny Syahfitri Budiman, Neva Satyahadewi, Muhlasah Novitasari Mara

INTISARI

Keuntungan yang diperoleh dari suatu aset finansial atau investasi dipengaruhi oleh tingkat bunga. Tingkat bunga yang berubah-ubah secara tidak pasti ini menyebabkan tingkat bunga sulit untuk diprediksi. Penelitian ini membahas tentang salah satu model pergerakan tingkat bunga yaitu model Cox Ingersoll Ross (CIR). Model CIR memprediksi tingkat bunga selalu bernilai positif. Pada model CIR terdapat beberapa parameter yang tidak diketahui nilainya. Oleh karena itu, pada penelitian ini parameter pada model CIR diestimasi menggunakan metode Maximum Likelihood Estimation (MLE). Penaksiran parameter model CIR membutuhkan data historis dari tingkat bunga. Dengan menggunakan data tingkat bunga Bank Indonesia mulai dari Januari 2006 sampai dengan Januari 2015 diperoleh nilai estimasi parameter pada model CIR yaitu rata-rata jangka panjang dari tingkat bunga Bank Indonesia $(\hat{a})$ *sebesar 0,0351, dengan kecepatan proses untuk kembali menuju rata-rata jangka panjang* $(\hat{b})$ *sebesar 14,9373. Volatilitas atau besarnya jarak antara fluktuasi tingkat bunga Bank Indonesia* $(\hat{s})$ *sebesar 0,2885.*

Kata Kunci: *Model CIR, MLE, Newton Raphson*

PENDAHULUAN

Tingkat bunga mempunyai pengaruh yang penting dalam menentukan harga dari suatu instrumen investasi, seperti obligasi, saham, dan opsi. Keuntungan yang diperoleh saat melakukan investasi dipengaruhi oleh tingkat bunga yang berlaku pada instrumen investasi yang telah dipilih. Untuk tingkat bunga yang tetap, tidaklah sulit untuk menentukan harga dari suatu instrumen investasi. Akan tetapi pada kenyataannya tidaklah demikian, pergerakan tingkat bunga berubah-ubah secara tidak pasti dan merupakan proses stokastik .

Kegiatan perdagangan berlangsung terus-menerus dalam pasar keuangan, sehingga dibutuhkan suatu model pergerakan tingkat bunga untuk waktu yang kontinu. Dari berbagai alternatif model tingkat bunga yang ada, terdapat sisi positif dan negatifnya. Pada tahun 1977, Vasicek memperkenalkan model Vasicek sebagai model suku bunga stokastik pertama kalinya. Pada model ini, prediksi tingkat bunga bisa bernilai negatif, sedangkan pada realitanya tingkat bunga tidak mungkin bernilai negatif. Selanjutnya, kekurangan tersebut diperbaiki pada sebuah model yang disebut model Cox Ingersoll Ross (CIR), yang menjamin prediksi tingkat bunga tidak negatif [1]. Model ini akan dibahas lebih lanjut pada penelitian ini.

Model CIR diperkenalkan oleh Cox, Ingersoll dan Ross pada tahun 1985. Pada model ini terdapat sifat *mean reversion* yang merupakan kecenderungan dari tingkat bunga untuk kembali menuju rata-rata jangka panjang dari tingkat bunga. Dengan adanya sifat ini, pergerakan tingkat bunga akan menuju suatu level rata-rata tingkat bunga yang disebut *mean reversion level*. Ketika tingkat bunga tinggi, ekonomi cenderung melambat dan permintaan kredit dari peminjam cenderung rendah. Sebagai dampaknya, tingkat bunga akan turun. Sebaliknya, ketika tingkat bunga rendah, akan terjadi kecenderungan naiknya permintaan kredit dari peminjam sehingga dampaknya tingkat bunga akan cenderung naik. Jika proses naik dan turunnya tingkat bunga terjadi terus menerus, maka dalam jangka panjang tingkat bunga akan berada disekitar *mean reversion level* [2].

Di dalam model CIR terdapat beberapa parameter yang perlu diestimasi hingga didapatkan suatu estimasi yang mendekati data sebenarnya. Tujuan pada penelitian ini adalah mengestimasi parameter pada model CIR. Data yang digunakan yaitu data tingkat bunga Bank Indonesia mulai dari Januari 2006 sampai Januari 2015.

Beberapa metode yang dapat digunakan untuk mengestimasi parameter antara lain *Maximum Likelihood Estimation* (MLE), *Ordinary Least Square* (OLS), metode Momen dan lainnya. Pada penelitian ini digunakan metode MLE. Metode ini memberikan hasil estimasi yang baik bagi parameter, terutama apabila sampelnya besar [3].

MODEL COX INGERSOLL ROSS

Pada tahun 1977, Vasicek memperkenalkan model Vasicek sebagai model tingkat bunga stokastik pertama kalinya. Pada model ini, tingkat bunga bisa bernilai negatif dan berubah dengan volatilitas konstan. Padahal dalam kenyataannya tingkat bunga bernilai positif dan volatilitasnya tinggi apabila tingkat bunga tinggi. Dengan demikian, untuk mengatasi persoalan tersebut, Cox, Ingersoll dan Ross pada tahun 1985 memperkenalkan model suku bunga Cox Ingersoll Ross (CIR).

Misalkan $r(t)$ adalah tingkat bunga pada saat t. Pada selang waktu Δt, perubahan $r(t)$ per satuan waktu Δt dapat dinyatakan sebagai $\frac{\Delta r(t)}{\Delta t}$ dan untuk $\Delta t \rightarrow 0$ perubahan $r(t)$ per satuan waktu dapat dinyatakan dengan $\frac{dr(t)}{dt}$. Model CIR mengasumsikan bahwa persamaan deterministik untuk perubahan tingkat bunga per satuan waktu dapat dinyatakan dalam bentuk persamaan

$$\frac{dr(t)}{dt} = \beta(\alpha - r(t))$$

dengan $\beta > 0$, dimana β menunjukkan kecepatan proses tingkat bunga untuk kembali menuju α dan α menyatakan rata-rata jangka panjang dari tingkat bunga (*mean reversion level*)[2].

Pada kenyataannya, tingkat bunga yang akan datang tidak seluruhnya deterministik, melainkan ada faktor luar yang menyebabkan terjadinya gejolak (volatilitas) pada tingkat bunga. Faktor luar ini disebut gangguan acak, sehingga perubahan $r(t)$ terhadap perubahan waktu dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\frac{dr(t)}{dt} = \beta(\alpha - r(t)) + \sigma \frac{dB(t)}{dt}$$

atau

$$dr(t) = \beta(\alpha - r(t))dt + \sigma dB(t)$$

dengan σ menyatakan simpangan baku dari perubahan tingkat bunga per satuan waktu. Pada model CIR, variansi perubahan tingkat bunga per satuan waktu diasumsikan bergantung pada tingkat bunga, yaitu $\sigma^2 r(t)$, sehingga model CIR dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$dr(t) = \beta(\alpha - r(t))dt + \sigma \sqrt{r(t)}dB(t) \tag{1}$$

dengan $B(t)$ menyatakan gerak Brown untuk $t > 0$, β, α, σ dan $r(0)$ adalah konstanta positif. Dalam bentuk integral, Persamaan 1 menjadi

$$r(t) = r(0) + \beta\int_0^t (\alpha - r(s))ds + \sigma\int_0^t \sqrt{r(s)}dB(s)$$

Berdasarkan model tingkat bunga pada Persamaan 1 dan proses Ito, diperoleh mean dan variansi model tingkat bunga CIR, yaitu

$$E(r(t)) = \alpha + e^{-\beta t}(r(0) - \alpha)$$

dan

$$Var(r(t)) = \frac{\sigma^2 \alpha}{2\beta} + (r(0) - \alpha)\frac{\sigma^2}{\beta} e^{-\beta t} + \frac{\sigma^2}{\beta}\left(\frac{\alpha}{2} - r(0)\right) e^{-2\beta t}$$

MAXIMUM LIKELIHOOD ESTIMATION

Maximum Likelihood Estimation (MLE) merupakan metode statistik yang sering digunakan untuk mendapatkan estimasi parameter untuk model matematika dari n sampel. MLE adalah metode yang memaksimumkan fungsi Likelihood.

Misalkan $X_1, X_2, \ldots, X_n$ merupakan suatu sampel acak yang saling bebas berukuran n dari suatu distribusi dengan fungsi kepadatan peluang gabungan antara $x_1, x_2, \ldots, x_n$ adalah $f\left(x_1, x_2, \ldots, x_n; \theta\right)$. Jika fungsi kepadatan peluang gabungan tersebut dinyatakan sebagai fungsi terhadap θ, maka fungsi tersebut dinamakan fungsi Likelihood yang dinotasikan dengan $L(\theta)$ dan memiliki bentuk sebagai berikut [3]:

$$\begin{aligned} L(\theta) &= f\left(x_1, x_2, \ldots, x_n; \theta\right) \\ &= f\left(x_1; \theta\right). f\left(x_2; \theta\right) \ldots f\left(x_n; \theta\right) \\ &= \prod_{t=1}^{n} f\left(x_t; \theta\right). \end{aligned} \tag{2}$$

Selanjutnya dicari solusi untuk θ yang memaksimumkan $L(\theta)$. Kemudian bentuk $L(\theta)$ dimodifikasi ke dalam bentuk ln, yaitu $\ln L(\theta)$. Modifikasi ini dapat dilakukan karena nilai θ yang memaksimumkan $\ln L(\theta)$ juga memaksimumkan $L(\theta)$. Bentuk Persamaan 2 menjadi

$$\begin{aligned} \ln L(\theta) &= \ln\left(\prod_{t=1}^{n} f\left(x_t; \theta\right)\right) \\ &= \sum_{t=1}^{n} \ln f\left(x_t; \theta\right). \end{aligned}$$

fungsi $\ln L(\theta)$ disebut sebagai fungsi Log-Likelihood. Solusi dari θ dapat diperoleh dengan menyelesaikan persamaan,

$$S(\theta) = \frac{\partial \ln L(\theta)}{\partial \theta} = 0$$

Persamaan ini disebut fungsi *score* $S(\theta)$, Nilai $\theta = \theta(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ yang diperoleh merupakan solusi dari $S(\theta) = 0$. Nilai ini akan memaksimumkan $\ln L(\theta)$ dan disebut sebagai taksiran maksimum Likelihood (*Maximum Likelihood Estimator*) dari θ, dinotasikan dengan $\hat{\theta}$.

Jika langkah mengestimasi parameter menggunakan metode MLE menghasilkan persamaan yang tidak *closed form*, maka untuk menyelesaikan persamaan tersebut sehingga diperoleh nilai estimasi parameter digunakan metode Newton Raphson. Metode Newton Raphson adalah salah satu metode untuk mencari akar penyelesaian dari $f(x) = 0$ melalui perhitungan yang iteratif. Rumus umum yang digunakan sebagai berikut [4]:

$$\hat{\theta}_{k+1} = \hat{\theta}_k - \left(H\left(\theta_k\right)\right)^{-1}.S\left(\theta_k\right), \qquad k = 1, 2, \ldots.$$

dengan:

$\hat{\theta}_{k+1}$: estimasi parameter θ pada iterasi ke- $(k+1)$

$\hat{\theta}_{k}$: estimasi parameter θ pada iterasi ke t

$H(\theta_k)$: matriks turunan kedua fungsi likelihood atau disebut dengan matriks Hessian

$S(\theta_k)$: matriks turunan pertama dari fungsi likelihood dan disebut dengan fungsi *score*.

ESTIMASI PARAMETER MODEL COX INGERSOLL ROSS

Di dalam model tingkat bunga CIR ada tiga parameter yang tidak diketahui dan harus diestimasi, yaitu α, β dan σ. Pada penelitian parameter-parameter tersebut diestimasi mengunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). Sebelum mengestimasi parameter dengan menggunakan fungsi MLE dibutuhkan *probability density function* (pdf) dari model CIR.

Diasumsikan model CIR berdistribusi Normal. Sehingga, pdf dari model CIR dapat ditentukan dari mean dan variansi atau dapat ditulis menjadi

$$N\left(\alpha + e^{-\beta t}(r(0)-\alpha), \frac{\sigma^2\alpha}{2\beta} + (r(0)-\alpha)\frac{\sigma^2}{\beta}e^{-\beta t} + \frac{\sigma^2}{\beta}\left(\frac{\alpha}{2} - r(0)\right)e^{-2\beta t}\right).$$

Oleh karena itu, pdf dari tingkat bunga r_t pada selang $[(t-1),t]$ adalah

$$f(r_t) = \frac{1}{\sqrt{\pi\frac{\sigma^2\alpha}{\beta} + 2\pi\left(r_{(t-1)}-\alpha\right)\frac{\sigma^2}{\beta}e^{-\beta(t-(t-1))} + 2\pi\frac{\sigma^2}{\beta}\left(\frac{\alpha}{2} - r_{(t-1)}\right)e^{-2\beta(t-(t-1))}}}\exp\left(-\frac{\left(r_t - \alpha - e^{-\beta(t-(t-1))}\left(r_{(t-1)}-\alpha\right)\right)^2}{\frac{\sigma^2\alpha}{\beta} + 2\left(r_{(t-1)}-\alpha\right)\frac{\sigma^2}{\beta}e^{-\beta(t-(t-1))} + 2\frac{\sigma^2}{\beta}\left(\frac{\alpha}{2} - r_{(t-1)}\right)e^{-2\beta(t-(t-1))}}\right) \tag{3}$$

Persamaan 3 ini digunakan untuk membentuk persamaan Likelihood yaitu,

$$L(\alpha,\beta,\sigma) = \prod_{t=1}^{n}\frac{1}{\sqrt{\pi\frac{\sigma^2\alpha}{\beta} + 2\pi\left(r_{(t-1)}-\alpha\right)\frac{\sigma^2}{\beta}e^{-\beta(t-(t-1))} + 2\pi\frac{\sigma^2}{\beta}\left(\frac{\alpha}{2} - r_{(t-1)}\right)e^{-2\beta(t-(t-1))}}}\exp\left(-\frac{\left(r_t - \alpha - e^{-\beta(t-(t-1))}\left(r_{(t-1)}-\alpha\right)\right)^2}{\frac{\sigma^2\alpha}{\beta} + 2\left(r_{(t-1)}-\alpha\right)\frac{\sigma^2}{\beta}e^{-\beta(t-(t-1))} + 2\frac{\sigma^2}{\beta}\left(\frac{\alpha}{2} - r_{(t-1)}\right)e^{-2\beta(t-(t-1))}}\right) \tag{4}$$

Dengan menggunakan Persamaan (4), parameter α, β dan σ dicari dengan memaksimumkan fungsi Likelihood $L(\alpha,\beta,\sigma)$. Selanjutnya, fungsi $L(\alpha,\beta,\sigma)$ dimodifikasi ke dalam bentuk $\ln(L(\alpha,\beta,\sigma))$. Dengan memaksimumkan $\ln(L(\alpha,\beta,\sigma))$ akan mengakibatkan $L(\alpha,\beta,\sigma)$ menjadi maksimum. Sehingga Persamaan 4 menjadi sebagai berikut:

$$\ln L(\alpha,\beta,\sigma) = \sum_{t=1}^{n}\ln\left(\frac{1}{\sqrt{\pi\frac{\sigma^2\alpha}{\beta} + 2\pi\left(r_{(t-1)}-\alpha\right)\frac{\sigma^2}{\beta}e^{-\beta\Delta t} + 2\pi\frac{\sigma^2}{\beta}\left(\frac{\alpha}{2} - r_{(t-1)}\right)e^{-2\beta\Delta t}}}\right) - \sum_{t=1}^{n}\left(\frac{\left(r_t - \alpha - e^{-\beta\Delta t}\left(r_{(t-1)}-\alpha\right)\right)^2}{\frac{\sigma^2\alpha}{\beta} + 2\left(r_{(t-1)}-\alpha\right)\frac{\sigma^2}{\beta}e^{-\beta\Delta t} + 2\frac{\sigma^2}{\beta}\left(\frac{\alpha}{2} - r_{(t-1)}\right)e^{-2\beta\Delta t}}\right) \tag{5}$$

dengan $\Delta t = t - (t-1)$. Fungsi $\ln(L(\alpha,\beta,\sigma))$ pada Persamaan 5 disebut juga fungsi Log-Likelihood. Untuk memperoleh estimasi parameter α, β dan σ, fungsi Log-Likelihood diturunkan sekali terhadap tiap parameter yang akan diestimasi. Hasil estimasi dapat diperoleh dengan menyelesaikan persamaan-persamaan

$$\frac{\partial \ln L(\alpha,\beta,\sigma)}{\partial \alpha} = 0 \tag{6}$$

$$\frac{\partial \ln L(\alpha,\beta,\sigma)}{\partial \beta} = 0 \tag{7}$$

$$\frac{\partial \ln L(\alpha,\beta,\sigma)}{\partial \sigma} = 0 \tag{8}$$

Diperoleh hasil turunan dari Persamaan 6 yaitu:

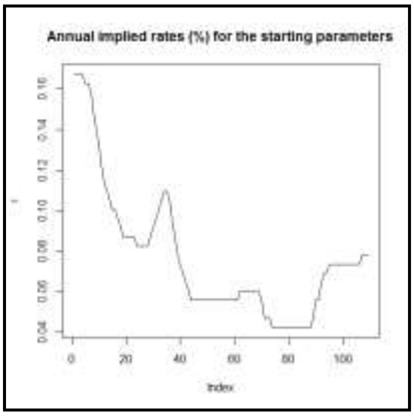
$$\frac{\partial \ln L(\alpha,\beta,\sigma)}{\partial \alpha} = \sum_{t=1}^{n}\left(-\frac{1}{2}\frac{\frac{\pi\sigma^2}{\beta}-2\pi\left(\frac{\sigma^2}{\beta}\right)e^{-\beta\Delta t}+\pi\left(\frac{\sigma^2}{\beta}\right)e^{-2\beta\Delta t}}{\pi\frac{\sigma^2\alpha}{\beta}+2\pi\left(r_{(t-1)}-\alpha\right)\frac{\sigma^2}{\beta}e^{-\beta\Delta t}+2\pi\frac{\sigma^2}{\beta}\left(\frac{\alpha}{2}-r_{(t-1)}\right)e^{-2\beta\Delta t}}\right)\sum_{t=1}^{n}\left(-\frac{\left(r_t-\alpha-e^{-\beta\Delta t}\left(r_{(t-1)}-\alpha\right)\right)^2}{\frac{\sigma^2\alpha}{\beta}+2\left(r_{(t-1)}-\alpha\right)\frac{\sigma^2}{\beta}e^{-\beta\Delta t}+2\frac{\sigma^2}{\beta}\left(\frac{\alpha}{2}-r_{(t-1)}\right)e^{-2\beta\Delta t}}\right)$$

$$+\sum_{t=1}^{n}\left(-\frac{1}{2}\ln\left(\pi\frac{\sigma^2\alpha}{\beta}+2\pi\left(r_{(t-1)}-\alpha\right)\frac{\sigma^2}{\beta}e^{-\beta\Delta t}+2\pi\frac{\sigma^2}{\beta}\left(\frac{\alpha}{2}-r_{(t-1)}\right)e^{-2\beta\Delta t}\right)\right)\left(-\frac{\left(2\left(r_t-\alpha-e^{-\beta\Delta t}\left(r_{(t-1)}-\alpha\right)\right).\left(-1+e^{-\beta\Delta t}\right)\right)}{\frac{\sigma^2\alpha}{\beta}+2\left(r_{(t-1)}-\alpha\right)\frac{\sigma^2}{\beta}e^{-\beta\Delta t}+2\frac{\sigma^2}{\beta}\left(\frac{\alpha}{2}-r_{(t-1)}\right)e^{-2\beta\Delta t}}\right. \tag{9}$$

$$\left.+\frac{\left(\left(r_t-\alpha-e^{-\beta\Delta t}\left(r_{(t-1)}-\alpha\right)\right)^2\right)\left(\frac{\sigma^2}{\beta}-2\frac{\sigma^2}{\beta}e^{-\beta\Delta t}+\frac{\sigma^2}{\beta}e^{-2\beta\Delta t}\right)}{\left(\frac{\sigma^2\alpha}{\beta}+2\left(r_{(t-1)}-\alpha\right)\frac{\sigma^2}{\beta}e^{-\beta\Delta t}+2\frac{\sigma^2}{\beta}\left(\frac{\alpha}{2}-r_{(t-1)}\right)e^{-2\beta\Delta t}\right)^2}\right)$$

Berdasarkan Persamaan 9 terlihat bahwa hasil yang diperoleh tidak *closed form*. Hal yang sama juga dijumpai untuk hasil turunan dari Persamaan 7 dan 8. Dengan demikian untuk memperoleh nilai estimasi $\hat{\alpha},\hat{\beta}$ dan $\hat{\sigma}$ digunakan metode Newton Raphson. Pada penelitian ini metode Newton-Raphson dilakukan dengan bantuan *software R*. Dengan menggunakan metode Newton Raphson ini diperoleh nilai estimasi parameter model CIR yang dinyatakan dengan notasi $\alpha(k+1)=\hat{\alpha},\ \beta(k+1)=\hat{\beta}$ dan $\sigma(k+1)=\hat{\sigma}$, dimana $\hat{\alpha},\hat{\beta}$ dan $\hat{\sigma}$ berturut-turut adalah estimasi dari α,β dan σ.

Data yang digunakan pada penelitian ini yaitu data tingkat bunga Bank Indonesia mulai dari Januari 2006 sampai dengan Januari 2015 yang ditunjukkan pada Gambar 1.



Gambar 1. Tingkat Bunga Bank Indonesia Periode Januari 2006-Januari 2015

Selanjutnya dipilih nilai awal untuk $\hat{\alpha},\hat{\beta}$ dan $\hat{\sigma}$ yaitu α^0,β^0 dan σ^0

$$\begin{pmatrix}0.5\\0.5\\0.5\end{pmatrix}$$

Nilai $\hat{\alpha},\hat{\beta}$ dan $\hat{\sigma}$ dihitung secara secara iteratif, dengan rumus

$$\begin{pmatrix}a_{k+1}\\b_{k+1}\\c_{k+1}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a_k\\b_k\\c_k\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}\frac{\partial^2\ln L}{\partial\alpha^2} & \frac{\partial^2\ln L}{\partial\alpha\partial\beta} & \frac{\partial^2\ln L}{\partial\alpha\partial\sigma}\\ \frac{\partial^2\ln L}{\partial\beta\partial\alpha} & \frac{\partial^2\ln L}{\partial\beta^2} & \frac{\partial^2\ln L}{\partial\beta\partial\sigma}\\ \frac{\partial^2\ln L}{\partial\sigma\partial\alpha} & \frac{\partial^2\ln L}{\partial\sigma\partial\beta} & \frac{\partial^2\ln L}{\partial\sigma^2}\end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix}\frac{\partial\ln L}{\partial\alpha}\\ \frac{\partial\ln L}{\partial\beta}\\ \frac{\partial\ln L}{\partial\sigma}\end{pmatrix},\ k=0,1,2,\ldots,n.$$

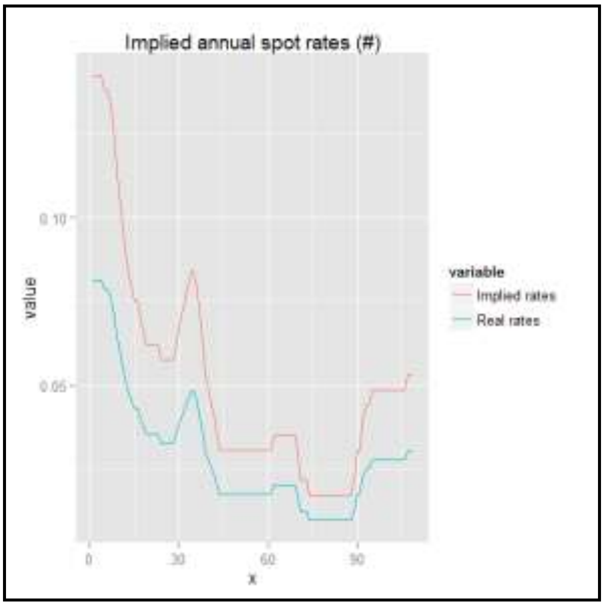
Untuk iterasi pertama diperoleh nilai $\hat{\alpha},\hat{\beta}$ dan $\hat{\sigma}$ yaitu

$$\begin{vmatrix}1.01327\\0.54119\\0.78462\end{vmatrix}$$

Proses ini akan terus diulang hingga memenuhi nilai toleransi yang dikehendaki,

$$\left\| \begin{pmatrix} a_{k+1} \\ b_{k+1} \\ c_{k+1} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} a_k \\ b_k \\ c_k \end{pmatrix} \right\| \leq TOL$$

Dengan menggunakan bantuan program R diperoleh hasil dari proses estimasi untuk parameter pada model CIR yaitu $\hat{a}$ = 0,0315 $\hat{b}$ = 14,9373 dan $\hat{s}$ = 0,2885. Gambar 2 menunjukkan hasil simulasi pergerakan tingkat bunga dengan menggunakan nilai estimasi parameter yang diperoleh.



Gambar 2. Pergerakan Tingkat Bunga

Pada Gambar 2 terlihat bahwa pergerakan tingkat bunga hasil simulasi dengan model CIR memiliki pola yang sama dengan pergerakan tingkat bunga yang sebenarnya.

PENUTUP

Model CIR merupakan salah satu model pergerakan tingkat bunga yang memprediksi tingkat bunga selalu bernilai positif. Pada penelitian ini parameter-parameter pada model CIR diestimasi menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). Berdasarkan data tingkat bunga Bank Indonesia mulai dari Januari 2006 sampai dengan Januari 2015 diperoleh nilai estimasi parameter pada model CIR yaitu rata-rata jangka panjang dari tingkat bunga Bank Indonesia $(\hat{a})$ sebesar 0,0351, dengan kecepatan proses untuk kembali menuju rata-rata jangka panjang $(\hat{b})$ sebesar 14,9373. Volatilitas atau besarnya jarak antara fluktuasi tingkat bunga Bank Indonesia $(\hat{s})$ sebesar 0,2885.

DAFTAR PUSTAKA

[1]. Filipovic, Damir. *Term-Structure Models*. Springer-Verlag: New York; 2009.

[2]. Hull, J.C. *Options, Futures and Other Derivatives*. *Eighth Edition*. Prentice Hall: New Jersey; 2012.

[3]. Myung, J.I. Tutorial on Maximum Likelihood Estimation. *Journal of Mathematical Psycology*. 2003; 47: 90-100.

[4]. Rochmad. Aplikasi Metode Newton-Raphson untuk Menghampiri Solusi Persamaan Non Linear. *Jurnal MIPA*. 2013; 36(2): 193-200.

FANNY SYAHFITRI BUDIMAN : FMIPA Untan Pontianak, fanny_syahfitri@ymail.com

NEVA SATYAHADEWI : FMIPA Untan Pontianak, neva_s04@yahoo.co.id

MUHLASAH NOVITASARI MARA : FMIPA Untan Pontianak, noveemara@gmail.com