

Pengaruh Pembatasan Sudut Joint Terhadap Kinerja Manipulator Planar

Elang Dardian Marindani

Control Systems and Robotics Research Group
Department of Electrical Engineering, Engineering Faculty, Tanjungpura University.
e-mail : elangdm@yahoo.co.id

Abstrak- Disamping menawarkan beberapa kelebihan, *redundancy* dari gerakan *joint* menyulitkan persoalan kontrol manipulator. Hal ini disebabkan antara lain karena pembatas-pembatas fisik seperti batas sudut *joint*, batas kecepatan *joint* dan batas kecepatan *end-effector* yang seharusnya diperhitungkan. Dalam makalah ini diteliti pemanfaatan *redundancy* untuk pengoptimalan manipulabilitas manipulator *redundant* dengan memperhitungkan pembatasan sudut *joint*. Metode dekomposisi digunakan untuk memperoleh invers kinematik manipulator. *Measure of manipulability* digunakan sebagai fungsi kriteria yang akan dioptimalkan. Dari hasil simulasi komputer terbukti bahwa ukuran manipulabilitas pada manipulator yang memanfaatkan *redundancy* dan memperhitungkan adanya pembatasan sudut *joint* lebih optimal dibandingkan dengan manipulator yang tidak memanfaatkan *redundancy* dan perubahan sudut tiap *joint* akan selalu bergerak pada batas sudut *joint* yang telah ditentukan.

Kata kunci- Manipulator Redundant, Manipulabilitas, Metode Dekomposisi, Pembatasan Sudut Joint

1. Pendahuluan

Sebuah manipulator disebut *redundant* apabila manipulator tersebut memiliki paling tidak kelebihan satu derajat kebebasan dari kebutuhan minimal yang diperlukan untuk mengeksekusi sebuah tugas. *Redundancy* merupakan kemampuan manipulator untuk membentuk berbagai konfigurasi tanpa mempengaruhi posisi *end-effector*. Sedangkan *manipulabilitas* adalah ukuran kemampuan sebuah manipulator dalam melaksanakan tugas yang diberikan dan dapat diartikan juga sebagai tingkat keleluasaan manipulator yang secara kualitatif mampu membentuk beberapa konfigurasi yang berbeda untuk melaksanakan suatu tugas yang dibebankan. Suatu konfigurasi yang optimal dapat dipilih dari beberapa kemungkinan konfigurasi yang dapat dibentuk oleh manipulator *redundant* berdasarkan sebuah kriteria tertentu.

Disamping menawarkan beberapa kelebihan, *redundancy* dari gerakan *joint* menyulitkan persoalan kontrol manipulator. Hal ini disebabkan antara lain karena pembatas-pembatas fisik seperti batas sudut *joint*, batas kecepatan *joint* dan batas kecepatan *end-effector* yang seharusnya diperhitungkan.

Jika pembatas fisik ini tidak dilakukan, maka akan menyebabkan error tracking ketika manipulator bergerak

dengan sudut *joint* yang melewati batas maksimal ataupun minimal sudut *joint* yang telah ditetapkan sehingga akan menghasilkan penyelesaian yang tidak dapat dihitung jika pemrograman sudut *joint* melampaui ruang kerjanya.

Untuk mengikutsertakan pembatas-pembatas secara fisik kedalam perhitungan, maka digunakan suatu metode yang dapat melakukan perhitungan secara efisien yang dibentuk untuk memecahkan persoalan penyelesaian invers kinematik manipulator *redundant* dengan kendala adanya pembatas gerakan *joint*.

Dalam makalah ini diusulkan pemanfaatan *redundancy* untuk pengoptimalan manipulabilitas manipulator *redundant* dengan memperhitungkan pembatasan sudut *joint*.

Beberapa penelitian yang berhubungan dengan makalah ini diantaranya adalah : Vukobratovic dan Kircanski (1984) mengusulkan metode *Extended Jacobian Matrix* untuk memasukkan pembatas sudut *joint* dan kecepatan *joint*.

Sementara itu, Abdel-Rahman (1991) memasukkan kendala pembatas sudut, kecepatan dan percepatan *joint* dalam perhitungan invers kinematik robot *redundant* dengan menggunakan prosedur *orthogonalisasi Gram-Schmidt*. Cheng, Chen dan Sun (1991) mengusulkan penyelesaian invers kinematik pada manipulator *redundant* dengan menggunakan formulasi *Compact* kemudian penelitian dilanjutkan (1994) dengan menggunakan pembatas pertidaksamaan syarat batas sudut, kecepatan *joint*, kecepatan *end-effector* dan torsi *joint* dengan menggunakan metode *Compact Quadratic Programming* yang menggunakan eliminasi *Gaussian*.

Disisi lain, Yoshikawa (1984) mengusulkan melakukan pengukuran terhadap manipulabilitas untuk mengevaluasi kemampuan kinematik robot manipulator secara kualitatif.

Jazidie (1999) mengusulkan metode pemisahan yang dikenal sebagai metode Dekomposisi untuk memperbaiki persoalan invers kinematik pada manipulator *redundant* tanpa melalui perhitungan *pseudoinverse*. Jazidie dan Susilo (2002) menggunakan algoritma genetika untuk pemilihan konfigurasi robot *redundant* untuk mendapatkan manipulabilitas yang optimal dan hasil yang diperoleh dibandingkan dengan ukuran manipulabilitas yang disarankan oleh Yoshikawa (1985) dan Zlajpah (1996). Pada penelitian ini tidak diperhitungkan adanya pembatasan sudut *joint* sehingga pengaruh pemakaian pembatasan sudut *joint* terhadap ukuran manipulabilitas belum diketahui.

Dalam makalah ini diteliti pemanfaatan *redundancy* untuk pengendalian manipulator robot yang lebih dikhususkan pada persoalan optimalisasi manipulabilitas pada manipulator *redundant* dengan menggunakan pembatasan fisik. Hal ini disebabkan karena pembatasan fisik seperti batas sudut *joint* seharusnya diperhitungkan (Cheng, Chen dan Sun, 1991). Metode yang digunakan untuk penyelesaian invers kinematik manipulator *redundant* adalah metode Dekomposisi (Jazidie, 1999) sementara kriteria pengoptimalan yang digunakan fungsi *Measure of Manipulability* (Yoshikawa, 1984). Dengan menggunakan metode Dekomposisi ini dapat dihindari perhitungan *Pseudoinverse* dari matriks *Jacobian* dalam penyelesaian persoalan invers kinematik karena memiliki *computational cost* yang lebih rendah dan sekaligus dapat meningkatkan kecepatan perhitungan invers kinematik yang berarti juga dapat meningkatkan *performance* dari manipulator *redundant* (Jazidie, 1999).

2. Optimalisasi Manipulabilitas

Untuk mengoptimalkan manipulabilitas, kita gunakan *Measure of Manipulability* sebagai fungsi kriteria dengan memperhitungkan adanya batas sudut *joint* maksimum dan batas sudut *joint* minimum dengan menggunakan metode dekomposisi sebagai metode pemecahan persoalan invers kinematik \mathbf{J}^+ . Optimalisasi manipulabilitas bertujuan untuk memaksimalkan daerah elips, sehingga dapat diartikan bahwa manipulabilitas dioptimalkan untuk mendapatkan daerah elips terluas tetapi dengan memperhitungkan adanya pembatasan fisik sudut setiap *joint*. Perhatikan persamaan umum manipulator *redundant* (1) untuk kecepatan sudut *joint* yang memperhitungkan adanya *null space* dan vektor kecepatan *joint* tertentu.

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}^+ \dot{\mathbf{x}} + (\mathbf{I} - \mathbf{J}^+ \mathbf{J}) \dot{\mathbf{x}} \quad (1)$$

dimana : \mathbf{J}^+ adalah *generalized inverse* dari matriks *Jacobian*, \mathbf{I} adalah matriks identitas ($n \times n$), $(\mathbf{I} - \mathbf{J}^+ \mathbf{J})$ adalah *null space projection matrix* dan $\dot{\mathbf{x}}$ adalah vektor kecepatan *joint* tertentu yang dipilih sesuai dengan kriteria yang telah ditetapkan.

Suku pertama ruas kanan adalah penyelesaian *joint velocity* yang bersifat *least norm*. Suku kedua, *null space* dari \mathbf{J} adalah bersifat *orthogonal* terhadap $\mathbf{J}^+ \dot{\mathbf{x}}$ dan berhubungan dengan gerakan seketika dari manipulator yang tidak menyebabkan pergerakan dari *end-effector*. Untuk trayektori *end-effector* yang diinginkan, maka suku kedua dari ruas kanan tersebut harus dipilih dengan tepat sehingga akan meningkatkan performansi dari manipulator. Salah satu metode yang sering dipakai adalah dengan memproyeksikan gradien dari kriteria performansi kedalam *null space* yang dikenal dengan metode *gradient projection*, alasannya karena dengan menggunakan metode ini, dapat memberikan tugas tambahan sebagai kendala yang harus dipenuhi oleh manipulator.

Karena fungsi kriteria yang akan dioptimalkan adalah *measure of manipulability* ($w = \sqrt{\det(\mathbf{J}\mathbf{J}^T)}$) sesuai dengan yang diusulkan oleh Yoshikawa (1985), maka akan dicari gradien dari *measure of manipulability*

∇w yang dapat diperoleh dengan menggunakan metode *gradient projection*.

$$\dot{w} = k_a \left(\frac{\partial w(\cdot)}{\partial \cdot} \right)^T \quad (2)$$

dimana : k_a adalah konstanta skalar real, nilai $k_a > 0$ (jika fungsi kriteria $w(\boldsymbol{\theta})$ akan dimaksimumkan), nilai $k_a < 0$ (jika fungsi kriteria $w(\boldsymbol{\theta})$ akan diminimumkan), $w(\boldsymbol{\theta})$ adalah fungsi kriteria yang akan dioptimumkan, dan $\nabla w(\boldsymbol{\theta})$ adalah gradien dari *measure of manipulability*

$$\nabla w(\cdot) = \left[\frac{\partial w(\cdot)}{\partial \theta_1}, \frac{\partial w(\cdot)}{\partial \theta_2}, \dots, \frac{\partial w(\cdot)}{\partial \theta_n} \right]^T \quad (3)$$

Berdasarkan persamaan (1) dan (2), maka kecepatan *joint* dengan menggunakan *measure of manipulability* sebagai fungsi kriteria maka diperoleh :

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}^+ \dot{\mathbf{x}} + (\mathbf{I} - \mathbf{J}^+ \mathbf{J}) k_a \nabla w \quad (4)$$

3. Pembatasan Sudut Joint

Karena adanya syarat pembatasan sudut setiap *joint* pada manipulator, maka diharapkan sudut *joint* akan berada pada *range* batas sudut *joint* yang telah ditetapkan sebelumnya.

$$\theta_{im} \leq \theta_i \leq \theta_{iM} \quad (5)$$

dimana : θ_i adalah sudut *joint* ke- i , θ_{im} adalah batas minimum sudut *joint* ke- i dan θ_{iM} adalah batas maksimum sudut *joint* ke- i .

Persamaan (5) dapat dimodifikasi dengan penambahan $\Delta\theta_i$ yang merupakan penambahan sudut *joint* ke- i dalam perioda sampling (Δt) yang sangat kecil sehingga,

$$\begin{aligned} \theta_{im} &\leq \theta_i + \Delta\theta_i \leq \theta_{iM} \\ \frac{\theta_{im} - \theta_i}{\Delta t} &\leq \frac{\Delta\theta_i}{\Delta t} \leq \frac{\theta_{iM} - \theta_i}{\Delta t} \\ \frac{\theta_{im} - \theta_i}{\Delta t} &\leq \dot{\theta}_i \leq \frac{\theta_{iM} - \theta_i}{\Delta t} \end{aligned}$$

Pada persamaan (4) menunjukkan persamaan kecepatan *joint* untuk manipulator *redundant* yang dapat ditulis ulang sebagai berikut :

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}^+ \dot{\mathbf{x}} + (\mathbf{I} - \mathbf{J}^+ \mathbf{J}) k_a \nabla w$$

atau

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}^+ \dot{\mathbf{x}} + \dot{\mathbf{x}}_{NS} \quad (6)$$

dimana : $\dot{\mathbf{x}}_{NS} = (\mathbf{I} - \mathbf{J}^+ \mathbf{J}) k_a \nabla w$

karena batas sudut *joint* minimum akan dimaksimumkan dan batas sudut *joint* maksimum akan diminimumkan maka batas sudut *joint* dapat diubah menjadi :

$$\begin{aligned} \frac{\theta_{im} - \theta_i}{\Delta t} &\leq \dot{\theta}_i \leq \frac{\theta_{iM} - \theta_i}{\Delta t} \\ \frac{\theta_{im} - \theta_i}{\Delta t} &\leq \dot{\theta}_i + \dot{\mathbf{x}}_{NS} \leq \frac{\theta_{iM} - \theta_i}{\Delta t} \\ \left[\frac{\theta_{im} - \theta_i}{\Delta t} - \dot{\mathbf{x}}_{NS} \right] &\leq \dot{\theta}_i \leq \left[\frac{\theta_{iM} - \theta_i}{\Delta t} - \dot{\mathbf{x}}_{NS} \right] \quad (7) \end{aligned}$$

Persamaan (7) di atas dapat dipisahkan menjadi bentuk sebagai berikut :

$$\dot{\theta}_i \geq \left[\frac{i\dot{m} - \dot{\theta}_i}{t} - \dot{\theta}_{NS} \right] \quad (8)$$

dan

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_i &\leq \left[\frac{i\dot{m} - \dot{\theta}_i}{t} - \dot{\theta}_{NS} \right] \\ -\dot{\theta}_i &\geq \left[\frac{i\dot{m} - \dot{\theta}_i}{t} - \dot{\theta}_{NS} \right] \\ -\dot{\theta}_i &\geq \left[-\frac{i\dot{m} - \dot{\theta}_i}{t} + \dot{\theta}_{NS} \right] \end{aligned} \quad (9)$$

Dalam bentuk matriks persamaan (8) dan persamaan (9) dapat digabungkan dan ditulis sebagai :

$$\mathbf{A} \cdot \dot{\theta}_i \geq \mathbf{B} \quad (10)$$

dimana :

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_n \\ \dots \\ -\mathbf{I}_n \end{bmatrix}_{2n \times n} \quad \text{dan} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \left[\frac{i\dot{m} - \dot{\theta}_i}{t} - \dot{\theta}_{NS} \right] \\ \dots \\ \left[-\frac{i\dot{m} - \dot{\theta}_i}{t} + \dot{\theta}_{NS} \right] \end{bmatrix}_{2n \times 1}$$

4. Metode Dekomposisi

Dengan menggunakan prinsip metode Dekomposisi maka akan dijelaskan penurunan kecepatan sudut *joint* berdasarkan adanya pembatasan sudut setiap *joint* pada manipulator redundant. Dari persamaan kecepatan *end-effector* diketahui bahwa :

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{J} \dot{\theta} \quad (11)$$

bila matriks *Jacobian* (\mathbf{J}) dan vektor kecepatan sudut *joint* ($\dot{\theta}$) ditulis kembali dengan memisahkan bagian *redundant* dan *nonredundant* sehingga menjadi :

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_r & \mathbf{J}_{nr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_r \\ \dot{\theta}_{nr} \end{bmatrix} \quad (12)$$

dimana : $\dot{\theta}_r$ adalah bagian *redundant* dari *joint velocities* ($\dot{\theta}_r \in R^{(n-m) \times 1}$), $\dot{\theta}_{nr}$ adalah bagian *non redundant* dari *joint velocities* ($\dot{\theta}_{nr} \in R^{m \times 1}$), \mathbf{J}_r adalah suatu vektor dari matriks *Jacobian* $\in R^{m \times (n-m)}$ yang menyatakan matriks *Jacobian redundant* dan \mathbf{J}_{nr} adalah matriks *non singular* $\in R^{m \times m}$ yang menyatakan matriks *Jacobian nonredundant*.

Persamaan diatas bila diuraikan maka menjadi :

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}_r \dot{\theta}_r + \mathbf{J}_{nr} \dot{\theta}_{nr} \quad (13)$$

sehingga diperoleh $\dot{\theta}_{nr}$ adalah :

$$\dot{\theta}_{nr} = \mathbf{J}_{nr}^{-1} \dot{\mathbf{x}} - \mathbf{J}_{nr}^{-1} \mathbf{J}_r \dot{\theta}_r \quad (14)$$

selanjutnya diperoleh

$$\dot{\theta} = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_r \\ \dot{\theta}_{nr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_r \\ \mathbf{J}_{nr}^{-1} \dot{\mathbf{x}} - \mathbf{J}_{nr}^{-1} \mathbf{J}_r \dot{\theta}_r \end{bmatrix} \quad (15)$$

atau dapat ditulis dalam bentuk

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{J}_{nr}^{-1} \end{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} + \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ -\mathbf{J}_{nr}^{-1} \mathbf{J}_r \end{bmatrix} \dot{\theta}_r \quad (16)$$

persamaan (16) dapat ditulis sebagaimana persamaan dibawah ini :

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}_c \dot{\mathbf{x}} + \mathbf{N}_r \dot{\theta}_r \quad (17)$$

dimana :

$$\mathbf{J}_c = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{J}_{nr}^{-1} \end{bmatrix} \text{ merupakan matriks } \in R^{n \times m}$$

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ -\mathbf{J}_{nr}^{-1} \mathbf{J}_r \end{bmatrix} \text{ merupakan matriks } \in R^{n \times (n-m)}$$

\mathbf{I} adalah matriks Identitas $\in R^{(n-m) \times (n-m)}$, $\mathbf{0}$ adalah matriks nol $\in R^{(n-m) \times m}$ dan $\dot{\mathbf{x}}$ adalah vektor kecepatan *end-effector* $\in R^{m \times (n-m)}$

Selanjut dengan mensubstitusikan persamaan (17) pada persamaan (10) yang merupakan persamaan pembatas sudut *joint* yang kemudian dijadikan fungsi tujuan yang akan dicari penyelesaian *minimum norm* dengan mendiferensialkan fungsi tujuan tersebut terhadap $\dot{\theta}_r$ yang hasilnya sama dengan nol yang akan dijelaskan sebagai berikut :

$$\begin{aligned} \mathbf{M} &= \min \|\mathbf{B} - \mathbf{A} \dot{\theta}\| \\ &= \min \left((\mathbf{B} - \mathbf{A} \dot{\theta})^T (\mathbf{B} - \mathbf{A} \dot{\theta}) \right) \\ &= \min \left((\mathbf{B} - \mathbf{A} (\mathbf{J}_c \dot{\mathbf{x}} + \mathbf{N}_r \dot{\theta}_r))^T (\mathbf{B} - \mathbf{A} (\mathbf{J}_c \dot{\mathbf{x}} + \mathbf{N}_r \dot{\theta}_r)) \right) \\ &= \mathbf{B}^T \mathbf{B} - \mathbf{B}^T \mathbf{A} (\mathbf{J}_c \dot{\mathbf{x}} + \mathbf{N}_r \dot{\theta}_r) - (\mathbf{A} (\mathbf{J}_c \dot{\mathbf{x}} + \mathbf{N}_r \dot{\theta}_r))^T \mathbf{B} + \\ &\quad (\mathbf{A} (\mathbf{J}_c \dot{\mathbf{x}} + \mathbf{N}_r \dot{\theta}_r))^T (\mathbf{A} (\mathbf{J}_c \dot{\mathbf{x}} + \mathbf{N}_r \dot{\theta}_r)) \\ &= \mathbf{B}^T \mathbf{B} - \mathbf{B}^T \mathbf{A} \mathbf{J}_c \dot{\mathbf{x}} - \mathbf{B}^T \mathbf{A} \mathbf{N}_r \dot{\theta}_r - (\mathbf{J}_c \dot{\mathbf{x}})^T \mathbf{A}^T \mathbf{B} - \dot{\theta}_r^T \mathbf{N}_r^T \mathbf{A}^T \mathbf{B} + \\ &\quad (\mathbf{J}_c \dot{\mathbf{x}})^T \mathbf{A}^T \mathbf{A} \mathbf{J}_c \dot{\mathbf{x}} + (\mathbf{J}_c \dot{\mathbf{x}})^T \mathbf{A}^T \mathbf{A} \mathbf{N}_r \dot{\theta}_r + \\ &\quad \dot{\theta}_r^T \mathbf{N}_r^T \mathbf{A}^T \mathbf{A} \mathbf{J}_c \dot{\mathbf{x}} + \dot{\theta}_r^T \mathbf{N}_r^T \mathbf{A}^T \mathbf{A} \mathbf{N}_r \dot{\theta}_r \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial \dot{\theta}_r} = -\mathbf{B}^T \mathbf{A} \mathbf{N}_r - \mathbf{N}_r^T \mathbf{A}^T \mathbf{B} + (\mathbf{J}_c \dot{\mathbf{x}})^T \mathbf{A}^T \mathbf{A} \mathbf{N}_r +$$

$$\mathbf{N}_r^T \mathbf{A}^T \mathbf{A} \mathbf{J}_c \dot{\mathbf{x}} + \mathbf{N}_r^T \mathbf{A}^T \mathbf{A} \mathbf{N}_r \dot{\theta}_r + \dot{\theta}_r^T \mathbf{N}_r^T \mathbf{A}^T \mathbf{A} \mathbf{N}_r$$

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial \dot{\theta}_r} = -2\mathbf{B}^T \mathbf{A} \mathbf{N}_r + 2\mathbf{N}_r^T \mathbf{A}^T \mathbf{A} \mathbf{J}_c \dot{\mathbf{x}} + 2\mathbf{N}_r^T \mathbf{A}^T \mathbf{A} \mathbf{N}_r \dot{\theta}_r$$

$$-2\mathbf{B}^T \mathbf{A} \mathbf{N}_r + 2\mathbf{N}_r^T \mathbf{A}^T \mathbf{A} \mathbf{J}_c \dot{\mathbf{x}} + 2\mathbf{N}_r^T \mathbf{A}^T \mathbf{A} \mathbf{N}_r \dot{\theta}_r = 0$$

$$-\mathbf{B}^T \mathbf{A} \mathbf{N}_r + \mathbf{N}_r^T \mathbf{A}^T \mathbf{A} \mathbf{J}_c \dot{\mathbf{x}} + \mathbf{N}_r^T \mathbf{A}^T \mathbf{A} \mathbf{N}_r \dot{\theta}_r = 0$$

$$\mathbf{N}_r^T \mathbf{A}^T \mathbf{A} \mathbf{N}_r \dot{\theta}_r = \mathbf{B}^T \mathbf{A} \mathbf{N}_r - \mathbf{N}_r^T \mathbf{A}^T \mathbf{A} \mathbf{J}_c \dot{\mathbf{x}}$$

$$\dot{\theta}_r = (\mathbf{N}_r^T \mathbf{A}^T \mathbf{A} \mathbf{N}_r)^{-1} (\mathbf{B}^T \mathbf{A} \mathbf{N}_r - \mathbf{N}_r^T \mathbf{A}^T \mathbf{A} \mathbf{J}_c \dot{\mathbf{x}})$$

Sehingga diperoleh

$$\dot{\theta}_r = (\mathbf{N}_r^T \mathbf{A}^T \mathbf{A} \mathbf{N}_r)^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{A} \mathbf{N}_r - (\mathbf{N}_r^T \mathbf{A}^T \mathbf{A} \mathbf{N}_r)^{-1} \mathbf{N}_r^T \mathbf{A}^T \mathbf{A} \mathbf{J}_c \dot{\mathbf{x}} \quad (18)$$

Persamaan (18) disubstitusikan ke dalam persamaan (17), sehingga diperoleh penyelesaian *minimum norm* dari persoalan invers kinematik manipulator *redundant* dengan menggunakan pembatasan sudut setiap *joint*, yaitu :

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}_c \dot{\mathbf{x}} + \mathbf{N}_r \dot{\theta}_r$$

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}_c \dot{\mathbf{x}} + \mathbf{N} \left((\mathbf{N}_r^T \mathbf{A}^T \mathbf{A} \mathbf{N}_r)^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{A} \mathbf{N}_r - (\mathbf{N}_r^T \mathbf{A}^T \mathbf{A} \mathbf{N}_r)^{-1} \mathbf{N}_r^T \mathbf{A}^T \mathbf{A} \mathbf{J}_c \dot{\mathbf{x}} \right)$$

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}_c \dot{\mathbf{x}} - \mathbf{N} (\mathbf{N}_r^T \mathbf{A}^T \mathbf{A} \mathbf{N}_r)^{-1} \mathbf{N}_r^T \mathbf{A}^T \mathbf{A} \mathbf{J}_c \dot{\mathbf{x}} + \mathbf{N} (\mathbf{N}_r^T \mathbf{A}^T \mathbf{A} \mathbf{N}_r)^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{A} \mathbf{N}_r$$

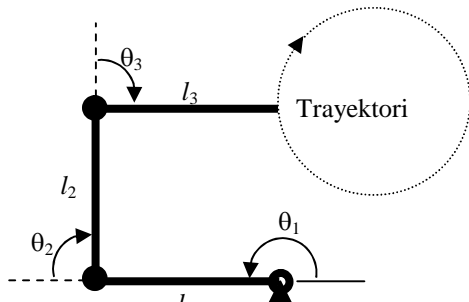
$$\dot{x} = (\mathbf{I} - \mathbf{N}(\mathbf{N}^T \mathbf{A}^T \mathbf{A} \mathbf{N})^{-1} \mathbf{N}^T \mathbf{A}^T \mathbf{A}) \mathbf{J}_c \dot{x} + \mathbf{N}(\mathbf{N}^T \mathbf{A}^T \mathbf{A} \mathbf{N})^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{A} \mathbf{N} \quad (19)$$

sehingga diperoleh persamaan kecepatan sudut *joint* (19) yang memperhitungkan adanya syarat pembatasan sudut setiap *joint* pada manipulator redundant, sedangkan invers yang digeneralisasi dari matriks *Jacobian* nya (\mathbf{J}^+) adalah :

$$\mathbf{J}^+ = (\mathbf{I} - \mathbf{N}(\mathbf{N}^T \mathbf{A}^T \mathbf{A} \mathbf{N})^{-1} \mathbf{N}^T \mathbf{A}^T \mathbf{A}) \mathbf{J}_c \quad (20)$$

5. Simulasi Dan Analisis

Simulasi komputer yang dilakukan pada makalah ini menggunakan manipulator planar redundant dengan 3 derajat kebebasan dengan trayektori lingkaran sebagaimana diperlihatkan pada Gambar 1.



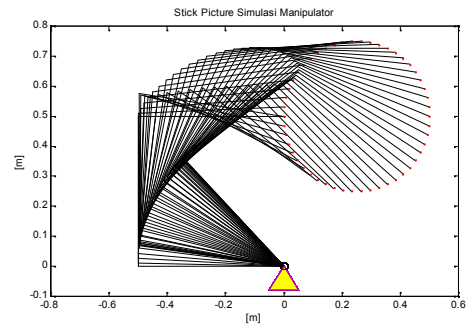
Gambar 1. Posisi awal manipulator

Simulasi dilakukan dalam interval waktu 2 detik, dengan *time sampling* (Δt) adalah 0.004 detik. Dianggap bahwa manipulator tiap *link* memiliki karakteristik yang sama dengan panjang *link* masing-masing 0.5 m. Manipulator planar ini pada kondisi awal berada pada posisi *end-effector* $x_d(0) = [0 \ 0.5]^T$ m dengan $\theta(0) = [\pi - \pi/2 \ -\pi/2]^T$ rad, trayektori yang diinginkan berbentuk lingkaran dengan jari-jari 0.25 m dan berpusat di (0.25, 0.5) m.

Trayektori *end-effector* tersebut mempunyai persamaan : $x_d(t) = \{0.25(1 - \cos(\pi t)), 0.25(2 + \sin(\pi t))\}$ dengan matriks *Gain* $\mathbf{K} = \text{diag}\{400 \ 400\}$ dan *gain* $k_a = 200$. Batas maksimum dan minimum sudut *joint* 1 : π dan $\pi/2$, *joint* 2 : 0 dan $-\pi/2$, *joint* 3 : $-\pi/2$ dan $-\pi$.

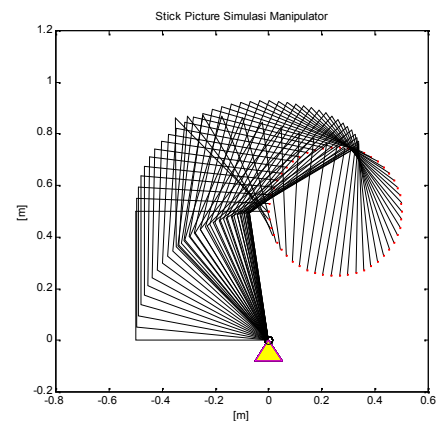
Pada penelitian ini dilakukan empat macam simulasi komputer yang berbeda untuk memperlihatkan keunggulan dari metode yang diusulkan.

Simulasi pertama merupakan hasil simulasi tanpa memanfaatkan *redundancy* dan mengabaikan adanya pembatasan sudut *joint*, yang berarti bahwa kecepatan *joint*-nya yaitu $\dot{x} = \mathbf{J}^+ \dot{x}$. *Stick picture* simulasi manipulator ini dapat dijelaskan pada Gambar 2.



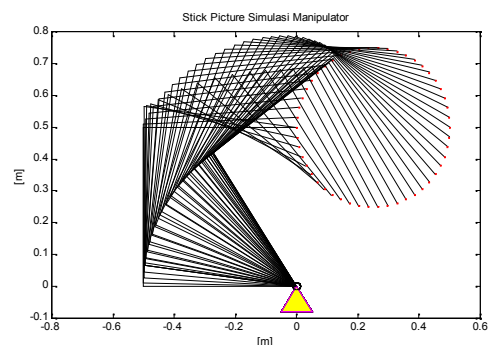
Gambar 2. *Stick picture* manipulator simulasi pertama

Sedangkan simulasi kedua merupakan hasil simulasi tanpa memanfaatkan *redundancy* dan dengan memperhitungkan adanya pembatasan sudut *joint*, yang berarti bahwa kecepatan *joint*-nya yaitu $\dot{x} = \mathbf{J}^+ \dot{x}$. *Stick picture* simulasi manipulator ini dapat dijelaskan pada Gambar 3.



Gambar 3. *Stick picture* manipulator simulasi kedua

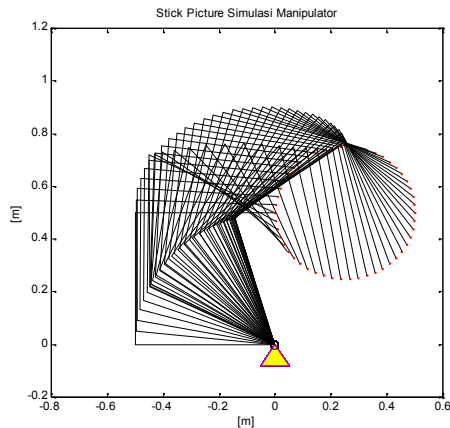
Pada simulasi ketiga merupakan hasil simulasi dengan memanfaatkan *redundancy* dan mengabaikan adanya pembatasan sudut *joint*, yang berarti bahwa kecepatan *joint*-nya yaitu $\dot{x} = \mathbf{J}^+ \dot{x} + (\mathbf{I} - \mathbf{J}^+ \mathbf{J}) k_a \nabla w$. *Stick picture* simulasi manipulator ini dapat dijelaskan pada Gambar 4.



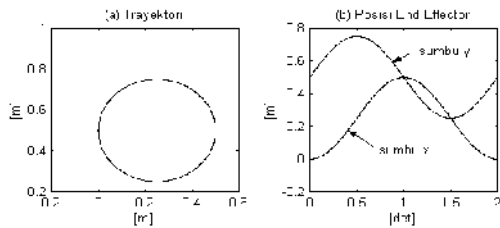
Gambar 4. *Stick picture* manipulator simulasi ketiga

Dan pada simulasi keempat merupakan hasil simulasi dengan memanfaatkan *redundancy* dan dengan memperhitungkan adanya pembatasan sudut *joint*, yang berarti bahwa kecepatan *joint*-nya yaitu $\dot{x} = \mathbf{J}^+ \dot{x} + (\mathbf{I} - \mathbf{J}^+ \mathbf{J}) k_a \nabla w$ dan merupakan simulasi yang

ingin diperoleh dalam makalah ini. *Stick picture* simulasi manipulator ini dapat dijelaskan pada Gambar 5.



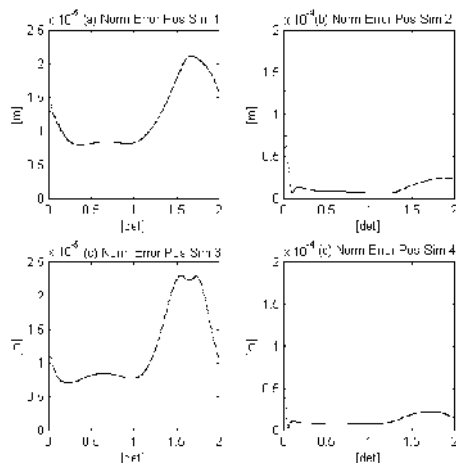
Gambar 5. *Stick picture* manipulator simulasi keempat



Gambar 6.

- (a). Trayektori *end-effector*
- (b). Posisi *end-effector* pada sumbu x dan y

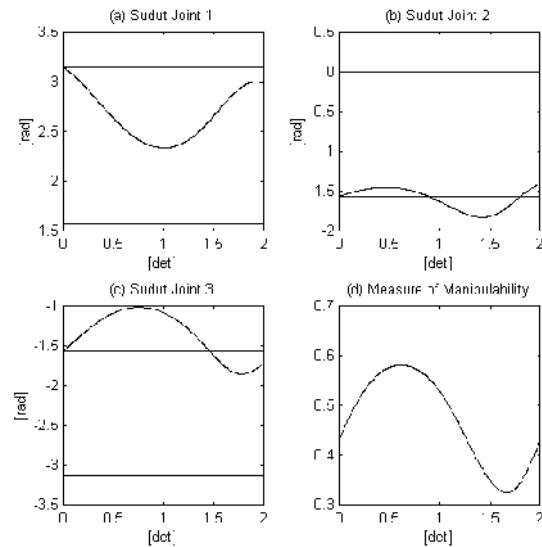
Pada Gambar 6 dapat dilihat trayektori *end-effector* aktual dan yang diinginkan (*desired*) dan posisi *end-effector* pada sumbu x dan y hasil simulasi komputer, serta *norm error* posisi *end-effector* dimana *error* posisi diperoleh dari selisih posisi *desired* dan posisi aktual *end-effector* untuk simulasi pertama, kedua, ketiga dan keempat dapat dijelaskan pada Gambar 7.



Gambar 7. *Norm error* posisi *end-effector* pada simulasi 1,2,3 dan 4

Pada Gambar 8 menjelaskan perubahan sudut *joint* dengan batas sudut masing-masing *joint* dan *Measure of Manipulability* dari simulasi pertama. Pada simulasi

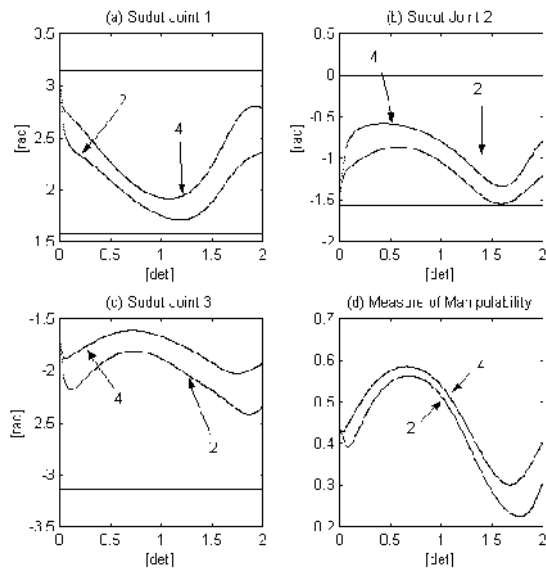
pertama ini perubahan sudut *joint* 1 berada pada daerah batas sudut *joint* 1 tetapi perubahan sudut *joint* 2 terlihat melewati batas minimum sudut *joint* 2 dan perubahan sudut *joint* 3 terlihat melewati batas maksimum sudut *joint* 3. Sehingga dapat dikatakan bahwa perubahan sudut *joint* 2 dan 3 telah melanggar batas sudut yang telah ditentukan, dalam kondisi real time hal tersebut tidak diperbolehkan.



Gambar 8.

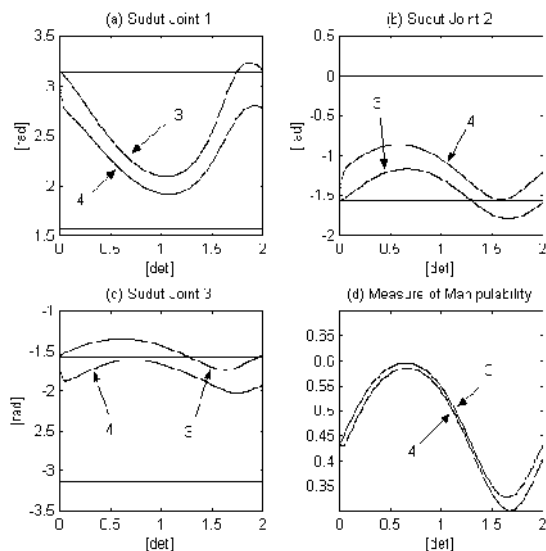
- (a). Perubahan sudut dengan batas *joint* 1
- (b). Perubahan sudut dengan batas *joint* 2
- (c). Perubahan sudut dengan batas *joint* 3
- (d). *Measure of Manipulability* simulasi pertama

Pada Gambar 9 dibawah ini dapat dijelaskan bahwa perubahan sudut *joint* 1, 2 dan 3 untuk simulasi kedua dan keempat terlihat bergerak pada batas *range* masing-masing sudut *joint* yang telah ditentukan. Perbandingan ukuran manipulabilitas untuk hasil simulasi kedua dan simulasi keempat dapat dilihat pada Gambar 9 yang menjelaskan bahwa untuk simulasi kedua yang hanya memperhitungkan adanya batas sudut *joint* tanpa memanfaatkan *redundancy* dibandingkan dengan simulasi keempat yang memanfaatkan *redundancy* dan memperhitungkan adanya batas sudut *joint*. Dapat diperlihatkan bahwa pengaruh pemanfaatan *redundancy* dan pembatasan sudut setiap *joint* (simulasi keempat) diperlukan dan akan berpengaruh pada ukuran manipulabilitas manipulator *redundant* yang lebih optimal dibandingkan dengan manipulator *redundant* yang hanya memperhitungkan adanya pembatasan sudut *joint* tetapi tidak memanfaatkan *redundancy* (simulasi kedua).



Gambar 9. Perbandingan hasil simulasi berdasarkan pembatasan sudut joint pada simulasi kedua dan simulasi keempat :

- Perubahan sudut dengan batas *joint* 1
- Perubahan sudut dengan batas *joint* 2
- Perubahan sudut dengan batas *joint* 3
- Measure of Manipulability*



Gambar 10. Perbandingan hasil simulasi dengan memanfaatkan redundancy pada simulasi ketiga dan simulasi keempat :

- Perubahan sudut dengan batas *joint* 1
- Perubahan sudut dengan batas *joint* 2
- Perubahan sudut dengan batas *joint* 3
- Measure of Manipulability*

Perbandingan hasil simulasi ketiga dan keempat dapat dilihat pada Gambar 10 yang menjelaskan bahwa pada manipulator *redundant* yang memanfaatkan *redundancy* dan memperhitungkan adanya syarat pembatasan sudut setiap *joint* (simulasi keempat) maka perubahan sudut setiap *joint* manipulator *redundant* akan bergerak didalam *range* batas sudut maksimum dan

minimum setiap *joint* yang telah ditentukan dibandingkan dengan manipulator *redundant* yang mengabaikan adanya syarat pembatasan sudut *joint* (simulasi ketiga) karena ternyata perubahan sudut setiap *joint* manipulator tersebut mempunyai kemungkinan melewati batas sudut maksimum atau minimum yang telah ditentukan sehingga dapat dikatakan bahwa manipulator *redundant* yang memanfaatkan *redundancy* dan memperhitungkan adanya syarat pembatasan sudut setiap *joint* akan lebih realistis dalam kondisi *real time* walaupun ukuran manipulabilitas manipulator *redundant* yang memanfaatkan *redundancy* dan mengabaikan adanya pembatasan sudut *joint* lebih optimal.

6. Kesimpulan

Dari pembahasan yang telah dilakukan pada makalah ini, ada beberapa kesimpulan yang dapat diambil, yaitu sebagai berikut :

- Pengaruh pemanfaatan *redundancy* dan pembatasan sudut setiap *joint* (simulasi keempat) diperlukan dan akan berpengaruh pada ukuran manipulabilitas manipulator *redundant* yang lebih optimal dibandingkan dengan manipulator *redundant* yang hanya memperhitungkan adanya pembatasan sudut *joint* tetapi tidak memanfaatkan *redundancy* (simulasi kedua).
 - Manipulator *redundant* yang memanfaatkan *redundancy* dan memperhitungkan adanya syarat pembatasan sudut setiap *joint* (simulasi keempat) maka perubahan sudut setiap *joint* manipulator *redundant* akan bergerak didalam *range* batas sudut setiap *joint* yang telah ditentukan dibandingkan dengan manipulator *redundant* yang mengabaikan adanya syarat pembatasan sudut *joint* (simulasi ketiga) karena ternyata perubahan sudut setiap *joint* manipulator tersebut mempunyai kemungkinan melewati batas sudut maksimum atau minimum yang telah ditentukan sehingga dapat dikatakan bahwa manipulator *redundant* yang memanfaatkan *redundancy* dan memperhitungkan adanya syarat pembatasan sudut setiap *joint* akan lebih realistis dalam kondisi *real time* walaupun ukuran manipulabilitas manipulator *redundant* yang memanfaatkan *redundancy* dan mengabaikan adanya pembatasan sudut *joint* lebih optimal.
- Untuk pengembangan lebih lanjut yang dapat dilakukan dari penelitian ini adalah sebagai berikut :
- Persoalan invers kinematik manipulator *redundant* ini dapat lebih disempurnakan dengan memperhitungkan juga adanya beberapa syarat pembatasan fisik yang lain seperti adanya pembatasan kecepatan *joint*, batas kecepatan *end-effector* dan batas torsi sehingga konfigurasi yang terjadi dapat lebih dioptimalkan.
 - Hasil yang diperoleh dari simulasi komputer perlu dicoba pada kondisi *real time* sehingga dapat dilihat pengaruhnya secara nyata.

Daftar Pustaka

- [1] Abel Rahman, T.M., "A Generalized Practical Method for Analytic Solution of the Constrained Inverse Kinematik Problem of Redundant Manipulators," *Int. J. Robotics Res.*, vol.10, no.4, pp. 392-395, 1991
- [2] Chen, T. H, Cheng, F.T and Sun, Y.Y., "Relationship between the Pseudoinverse Formulation and the Compact Formulation for obtaining the General Solution of Redundant Robotic Systems," in *Proc. International Conference IECON'91*, Kobe, Japan, pp.1164-1169, 1991.
- [3] Cheng, F.T., Chen, T.H., and Sun, Y.Y., "Inverse Kinematics Solutions for Redundant Manipulators using Compact Formulation," *Proc. IEEE/RSI International Whorkshop on Intelligent Robot and System*, Osaka, Japan, pp. 153-158, 1991.
- [4] Cheng, F.T., Chen, T.H., and Sun, Y.Y., "Resolving Manipulator Redundancy Under Inequality Constraints", *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 10, pp. 65 – 71, 1994.
- [5] Jazidie, A, "Pemanfaatan Kelebihan Derajat Kebebasan Untuk Sistem Pengaturan Impedansi Robot", Makalah pada Seminar Nasional 'Peran Teknik Kendali Dalam Dunia Industri', Jurusan Teknik Elektro Universitas Kristen Maranatha, Bandung, 1997.
- [6] Jazidie, A., "Penyelesaian Minimum Norm Persoalan Invers Kinematik Pada Manipulator Redundant Dengan Menggunakan Metode Pemisahan", *Majalah Iptek*, Vol 10, No. 3, hal. 120 – 129, 1999.
- [7] Jazidie, A. dan Susilo, A., "Algoritma Genetika untuk Pemilihan Konfigurasi Robot Redundant dengan manipulabilitas yang Optimal", *Proc. Seminar Nasional Pascasarjana II-2002*, Surabaya, hal. C10-1 – C10-5, 2002.
- [8] Nakamura, Y. and Hanafusa, H., "Inverse Kinematic Solution with Singularity Robustness for Robot Manipulator Control," *ASME J. Dynamic Syst. Meas. Contr.*, vol. 108, pp. 163-171, 1986.
- [9] Nakamura, Y, *Advanced Robotics : Redundancy and Optimization*, Addison-Wesley Publishing Co. Inc., Reading, Massachusetts, 1991.
- [10] Sciavicco, L., Siciliano, B., *Modeling and Control of Robot Manipulators*, McGraw-Hill Book Co., Singapore, 1996.
- [11] Spong, M.W., Vidyasagar, M., *Robot Dynamics and Control*, John Wiley & Sons, Inc., Canada, 1989.
- [12] Vukobratovic, M. and Kircanski, M., "A Dynamic Approach to Nominal Trajectory Synthesis for Redundant Manipulators," *IEEE Trans. Syst., Man, Cyber.*, vol. 14, no. 4, pp. 580-586, 1984.
- [13] Yoshikawa, T., "Analysis and Control of Robot Manipulator with Redundancy", In *Robotics Research* eds. M. Bradley and R. Paul, Cambridge, MA: MIT Press, pp. 735-747, 1984.
- [14] Yoshikawa, T., "Manipulability of Robotic Mechanisms," *Int. J. Robotics Res.*, vol 4, pp. 3-9, 1985.

Biografi

Elang Derdian Marindani, lahir di Merauke, Indonesia, pada tanggal 1 Maret 1972. Menyelesaikan S-1 bidang Teknik Elektro dengan konsentrasi Teknik Pengaturan di Universitas Tanjungpura tahun 1997 dan menyelesaikan S-2 Teknik Elektro dengan dengan pilihan Teknik Sistem Pengaturan di Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya tahun 2003. Sejak tahun 1997 menjadi dosen di Jurusan Teknik Elektro Universitas Tanjungpura, sekarang menjadi Kepala Lab. Kendali Digital dan Komputasi. Menekuni bidang Robotika dan Kendali Logika Fuzzy