Visualisasi Efek Relativistik Pada Gerak Planet

Nurul Asri[1], Hasanuddin[1], Joko Sampurno[1], Azrul Azwar[1]

[1] Program Studi Fisika, FMIPA, Universitas Tanjungpura, Pontianak, Indonesia;
e-mail: nrul_asri@yahoo.com

Abstrak

Telah dilakukan penelitian untuk mengkaji secara teoretis efek relativistik pada gerak planet. Persamaan gerak planet dalam ruang waktu Scwarzhschild didapat dari solusi persamaan geodesik. Berdasarkan solusi tersebut, diperoleh suatu persamaan gerak orbit planet mengelilingi matahari dengan pergeseran perihelion dari planet tersebut. Untuk planet Merkurius diprediksi solusi gerak planet dengan nilai pergeseran sebesar 43 detik per abad. Pergeseran ini sesuai dengan hasil pengamatan para ahli astronomi. Presesi perihelion ini dapat dilihat berdasarkan hasil visualisasi gerak planet yang didapat dari solusi persamaan Einstein yang dipengaruhi massa bintang. Semakin besar massa bintang semakin besar sudut perihelion yang terbentuk. Massa planet dan jarak planet terhadap bintang mempengaruhi bentuk orbit planet (eksentrisitas) dan kecepatan planet mengelilingi bintang.

Kata kunci : *Pergeseran perihelion, Relativitas Umum, Visualisasi orbit planet*

1. Pendahuluan

Berdasarkan hukum Newton, apabila pengaruh gaya gravitasi dari planet lain di dalam tata surya terhadap planet Merkurius diabaikan dan hanya ditinjau pengaruh gaya gravitasi oleh matahari saja, maka garis edarnya akan berupa sebuah elips sempurna dengan matahari berada pada salah satu titik apinya. Tetapi apabila pengaruh gaya gravitasi planet lainnya diperhitungkan, maka garis edar planet Merkurius tidak lagi berupa sebuah elips sempurna tetapi elips yang bergerak atau sering disebut sebagai elip berpresesi (bergeser). Hal ini berarti bahwa setelah melakukan satu putaran penuh mengelilingi matahari, planet Merkurius tidak kembali ke kedudukan semula. Akan tetapi hasil pengamatan para ilmuan astronomi memperlihatkan adanya ketidakcocokan antara besarnya pergeseran dari pngamatan yang diramalkan oleh teori Newton. Hasil pengamatan mereka memperlihatkan bahwa sudut geser planet Merkurius setiap seratus tahun (1 abad) adalah 43,11 detik. Sedangkan teori Newton memberikan ramalan sudut geser yang lebih kecil dari pada yang diamati para ilmuan astronomi tersebut. Perbedaan ini menunjukan terdapat kelemahan pada teori Newton.

Teori relativitas umum adalah teori gravitasi yang dikembangkan oleh Einstein dengan menganggap bahwa gravitasi merupakan manifestasi dari kelengkungan ruang-waktu. Ketika teori ini diterapkan pada planet diperoleh hasil bahwa lintasan planet berupa orbit elips yang bergeser. Untuk planet Merkurius, nilai pergeseran orbit ini berdasarkan teori relativitas umum adalah 43 detik perabad. Nilai ini sesuai dengan hasil pengamatan para ahli astronomi, yaitu 43,11$\pm$0,45 (Wospakrik,1987).

Kecocokan hasil ini menunjukkan bahwa efek relativistik berpengaruh pada gerak planet khususnya planet-planet yang bergerak dalam medan gravitasi yang besar seperti Merkurius (karena jaraknya dekat dengan matahari). Dalam makalah ini akan divisualisasikan efek relativistik pada gerak planet secara umum sehingga memberikan gambaran riil aplikasi teori relativistik umum dalam analisis gerak planet.

Studi ini bertujuan untuk memberikan visualisasi pengaruh relativitik pada gerak planet. Manfaat dari studi ini untuk membantu meningkatkan pemahaman tentang teori relativitas.

2. Persamaaan Gerak Planet dalam Teori Gravitasi Newton

Menurut teori gravitasi Newton, gaya gravitasi matahari yang berperan mengubah keadaan terdapat gerak planet dengan kecepatan tetap sepanjang sebuah garis lurus. Jika massa m_1 adalah massa matahari dan m_2 adalah masa planet, maka persamaan hukum gravitasi Newton adalah :

$$F_g = g\frac{m_1 m_2}{r^2} \tag{1}$$

Berdasarkan hukum II Newton, gaya sentral dinyatakan dengan :

$$\sum F = ma \quad (2)$$

dengan a adalah nilai percepatan yang merupakan turunan kedua dari waktu (t) dan m adalah nilai massa benda. Dengan menguraikan gaya sentral menghasilkan persamaan :

$$F\left(\frac{1}{u}\right) = \frac{L^2}{m^2}u^2\frac{d^2u}{d\varphi^2} - \frac{L^2}{m}u^3 \quad (3)$$

dengan L merupakan momentum sudut benda dan $\frac{1}{r} = u$ yang merupakan kebalikan dari nilai jarak (r). Persamaan 3 dapat ditulis kembali sebagai :

$$\frac{d^2u}{d\varphi^2} = -u - \frac{m}{L^2u^2}F\left(\frac{1}{u}\right) \quad (4)$$

Nilai m pada persamaan 4 merupakan massa planet (m_2). Gaya yang bekerja pada persamaan 4 sama dengan gaya gravitasi Newton pada persamaan 1, sehingga persamaan gerak planet secara kesulurahan menurut Newton adalah (Arya, 1998) :

$$\frac{d^2u}{d\varphi^2} = -u - g\frac{m_1{m_2}^2}{L^2} \quad (5)$$

Solusi persamaan 5 adalah :

$$u = \frac{GM}{c^2L^2}(1 + e\cos(\varphi - \varphi_0)) \quad (6)$$

3. Teori Relativitas Umum

Pada awal abad ke-16 Newton mengemukakan hukum geraknya yang sering disebut mekanika Newton. Teori ini disempurnakan menjadi teori relativitas umum oleh Albert Einstein(1879-1955). Teori relativitas umum ini menjelaskan suatu gagasan bahwa gravitasi merupakan efek kelengkungan ruang-waktu yang disebabkan adanya penyebaran massa dan energi dalam ruang dan waktu (Anugraha, 2005).

Newton merumuskan dua jenis massa, massa inersial dan massa gravitasi. Massa inersial diukur berdasarkan ukuran kelembaman suatu benda terhadap gaya dorong atau gaya tarik yang bekerja, sedangkan massa gravitasi diukur berdasarkan pengaruh gaya gravitasi pada benda tersebut. Para eksperimentalis berusaha membuktikan kesetaraan antara kedua benda bermassa tersebut. Percobaan Eotvos berhasil membuktikan bahwa kedua massa tersebut setara dengan tingkat akurasi hingga 10^{-9} (Hidayat, 2010).

Berdasarkan bukti-bukti eksperimen tersebut, akhirnya Einstein menyimpulkan dalam postulatnya yang terkenal dengan prinsip Equivalensi Massa bahwa "Gaya gravitasi dan gaya inersia yang bekerja pada suatu benda adalah sama *(equivalen)* dan tidak terbedakan *(indistinguishable)* satu sama lain".

Akibat asas kesetaraan adalah kesamaan massa inersia dan massa gravitasi, sifat ini memungkinkan untuk menghilangkan efek gravitasi yang muncul dengan menggunakan kerangka acuan dipercepat yang sesuai. Persamaan Einstein dinyatakan dengan persamaan kurva kelengkungan ruang waktu. Nilai tensor Einstein dituliskan sebagai berikut :

$$R_{\mu v} - \frac{1}{2}g_{\mu v}R = -8\pi GT_{\mu v} \quad (7)$$

dengan $R_{\mu v}$ adalah tensor Ricci, R adalah skalar Ricci $(R = g^{\mu v}R_{\mu v})$, $g_{\mu v}$ adalah tensor metrik yang menyatakan bahwa tensor tersebut berada dalam ruang-waktu lengkung, $G_{\mu v}$ adalah tensor Einstein yang menggambarkan tentang struktur geometri ruang-waktu, dan $T_{\mu v}$ adalah tensor energi-momentum yang menggambarkan distribusi energi dan materi. Persamaan medan Einstein merupakan persamaan yang menyatakan kelengkungan ruang waktu yang dinyatakan melalui tensor Rieman (Ramadhan, 2005).

4. Solusi Schwarzschild

Solusi pertama medan gravitasi Einstein diberikan oleh Karl Scwarzschild bagi medan statik dan simetri bola. Solusi ini merupakan pendekatan yang cukup baik untuk medan yang dihasilkan matahari. Solusi Schwarzschild dapat diperoleh dengan memilih metrik ansatz (tebakan) yang bersifat statis (tidak bergantung waktu) dan bersimetri bola. Secara matematis metrik ansatz ini dinyatakan oleh persamaan (Anugraha, 2005) :

$$ds^2 = e^{2\mu}dt^2 - e^{2v}dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta\, d\varphi^2) \quad (8)$$

Dari persamaan 8 akan diperoleh metrik Schwarzschild yang dinyatakan oleh persamaan (Dirac, 1975) :

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2m}{r}\right)dt^2 - \frac{dr^2}{1 - \frac{2m}{r}} - r^2(d\theta^2 + sin^2\theta d\varphi^2) \quad (9)$$

5. Persamaan Geodesik

Geodesik merupakan lintasan terpendek antara dua buah titik pada suatu permukaan. Pada ruang datar, geodesik akan berupa garis lurus. Sedangkan dalam ruang lengkung, geodesik akan berupa garis lengkung. Karena geodesik adalah lintasan terpendek, maka geodesik dalam ruang lengkung harus merupakan suatu kurva yang memiliki kelengkungan seminimal mungkin. Secara kalkulus, ini berarti bahwa kurva tersebut memiliki gradien yang sejajar terhadap kurva itu sendiri. Dengan kata lain kurva tersebut merupakan kurva stasioner (Purwanto, 2009).

$$\frac{d^2x^\eta}{ds^2}+\Gamma^\eta_{\alpha\beta}\frac{dx^\alpha}{ds}\frac{dx^\beta}{ds}=0 \qquad (10)$$

6. Persamaan Gerak Planet dalam Teori Relativitas Einstein

Salah satu aplikasi dari solusi persamaan medan gravitasi statis bersimetri bola adalah penentuan presisi gerak planet. Untuk mendapatkan presisi gerak planet, pertama harus mencari persamaan geodesik dari solusi tersebut dengan digunakan persamaan Schwarzschild.

$$\frac{d}{ds}\left(e^{2k}\frac{dt}{ds}\right)=0 \qquad (11)$$

$$\frac{d^2r}{ds^2}+(1-2mr^{-1})(mr^{-2})\left(\frac{dt}{ds}\right)^2--2mr^{-1})^{-1}$$
$$(mr^{-2})\left(\frac{dr}{ds}\right)^2-(1-2mr^{-1})rsin^2\theta\left(\frac{d\varphi}{ds}\right)^2=0$$
(12)

$$\frac{d^2\theta}{ds^2}=0 \qquad (13)$$

$$\frac{d}{ds}\left(r^2\frac{d\varphi}{ds}\right)=0 \qquad (14)$$

Dengan disubtitusikan persamaan 11 sampai persamaan 14, didapat persamaan :

$$\frac{d^2u}{d\varphi^2}+u=\frac{GM}{c^2L^2}+3\frac{GM}{c^2}u^2 \qquad (15)$$

Persamaan 15 inilah yang merupakan persamaan gerak planet dalam teori Einstein dengan $3\frac{GM}{c^2}u^2$ disebut sebagai suku koreksi relativistik. Solusi persamaan 15 adalah :

$$u=\frac{GM}{c^2L^2}(1+e\cos(\varphi-\varphi_0-\Delta\varphi_0)) \qquad (16)$$

7. Visualisasi Efek Relativistik Terhadap Gerak Planet

Solusi persamaan yang diberikan oleh Einstein dengan dimunculkan suku koreksi relativistik sesuai dengan pengamatan para ahli. Ini dapat diliat pada persamaan berikut :

$$\Delta\varphi_0=3\frac{G^2M^2}{c^4L^2}\varphi \qquad (17)$$

Persamaan 17 menjelaskan bahwa longitude dari perihelion dalam gerak planet seharusnya berubah (meningkat) bergantung waktu sebesar

$$\Delta\varphi_0=3\frac{G^2M^2}{c^2l}\varphi \qquad (18)$$

Setelah satu revolusi penuh, $\varphi=2\pi$ dan persamaan 18 menjadi :

$$\Delta\varphi_0=3\frac{G^2M^2}{c^2l}2\pi=\frac{6\pi G^2M^2}{ac^2(1-e^2)} \qquad (19)$$

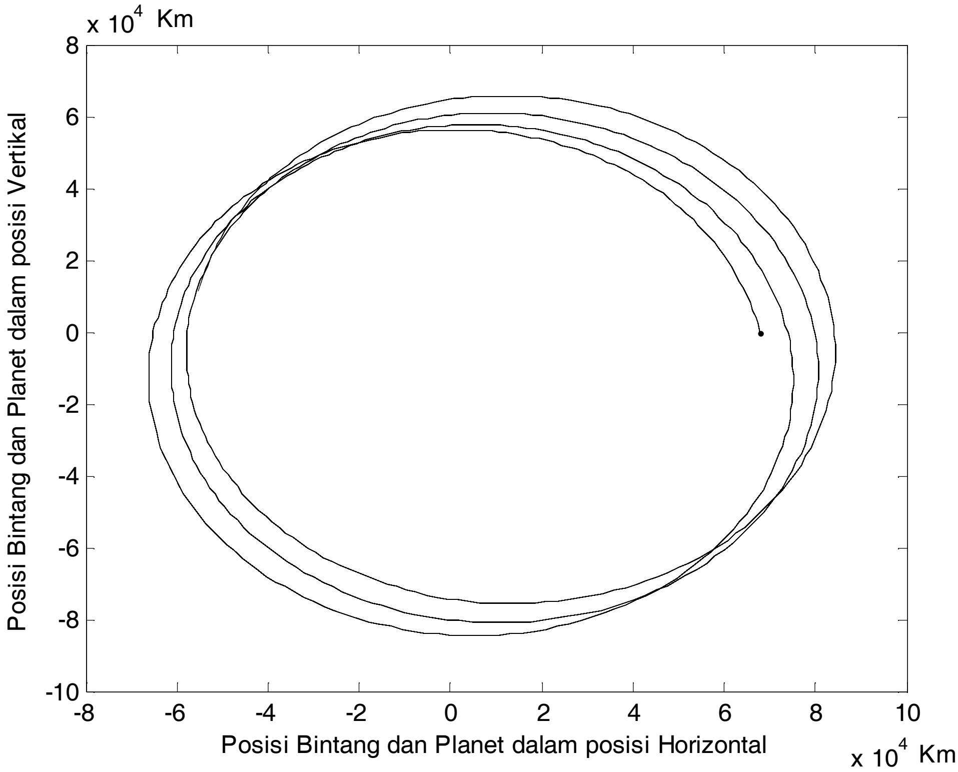
Persamaan 19 merupakan persamaan yang menyatakan nilai sudut pergeseran dari perihelion orbit planet. Berdasarkan persamaan ini, dapat dilihat bahwa efek akan bertambah jika sumbu semi major a semakin kecil dan eksentrisitas semakin besar. Sebagai contoh planet Merkurius yang paling dekat dengan Matahari, sehingga efeknya menjadi paling mungkin untuk diamati. Untuk gerak Merkurius di sekitar matahari, parameter-parameter orbital yang relevan adalah $\frac{G^2M^2}{c^2}=1{,}48\times10^3\ m$, $a=5{,}79\times10^{10}\ m$, $e=0{,}2056$, dan $c=3\times10^8\ m/s$ dengan a adalah sumbu semi major dari lintasan Merkurius dan e adalah eksentrisitasnya. Data ini akan memberikan :

$$\Delta\varphi_0=\frac{6\times1{,}48\times10^3m}{5{,}79\times10^{10}m(1-0{,}2056^2)}\pi$$
$$=0{,}103 \text{ detik/periode merkurius}$$

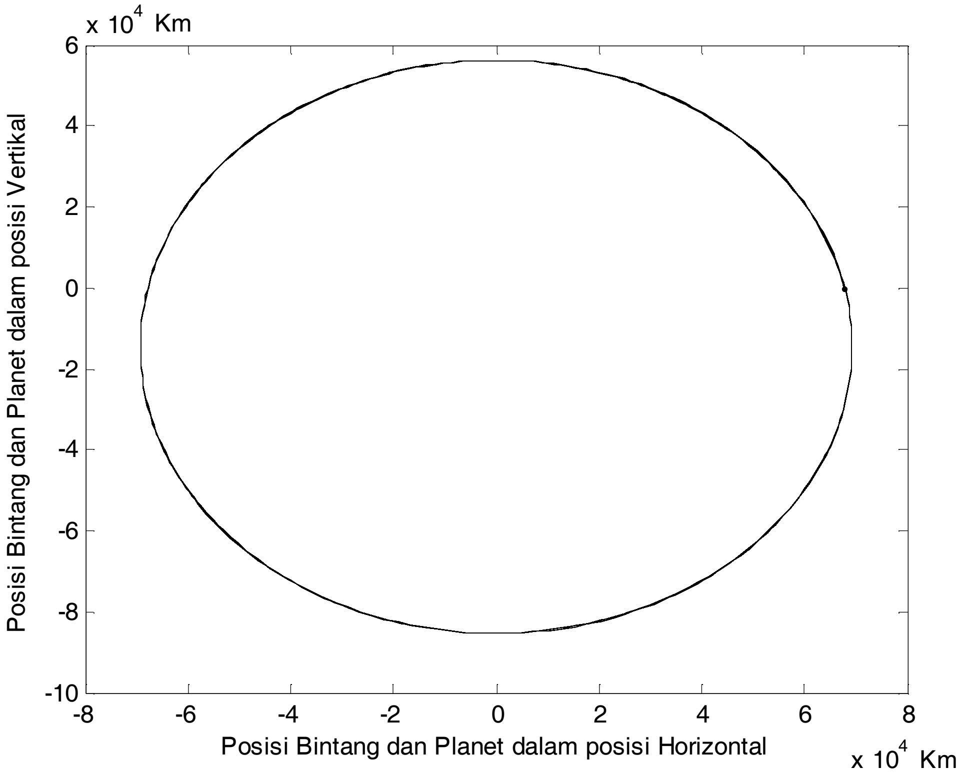
Secara konvensional lebih sering dinyatakan dalam presesi per abad, Merkurius berevolusi dalam 88 hari, sehingga :

$$\Delta\varphi_0=\frac{0{,}103}{0{,}24}\times100=43 \text{ detik/abad}$$

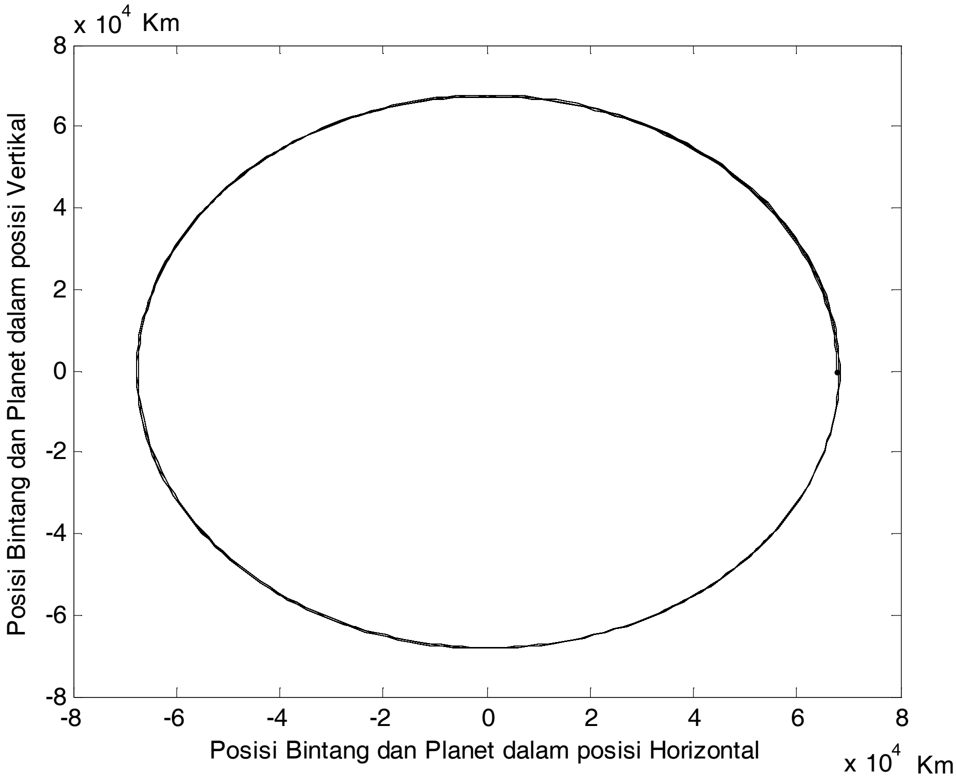
Prediksi ini ternyata bersesuaian dengan hasil eksperimen yang telah dilakukan ahli astronomi. Ahli astronomi menemukan bahwa presesi planet Merkurius dalam jangka waktu satu abad adalah sebesar $43{,}11\pm0{,}45$ detik/abad (Wospakrik, 1987).



Gambar 1. Orbit planet Merkurius dengan massa $3,3 \times 10^{23}$ kg dan massa Matahari $1,99 \times 10^{30}$ kg menurut teori Einstein



Gambar 2. Orbit planet Merkuris menurut teori Newton

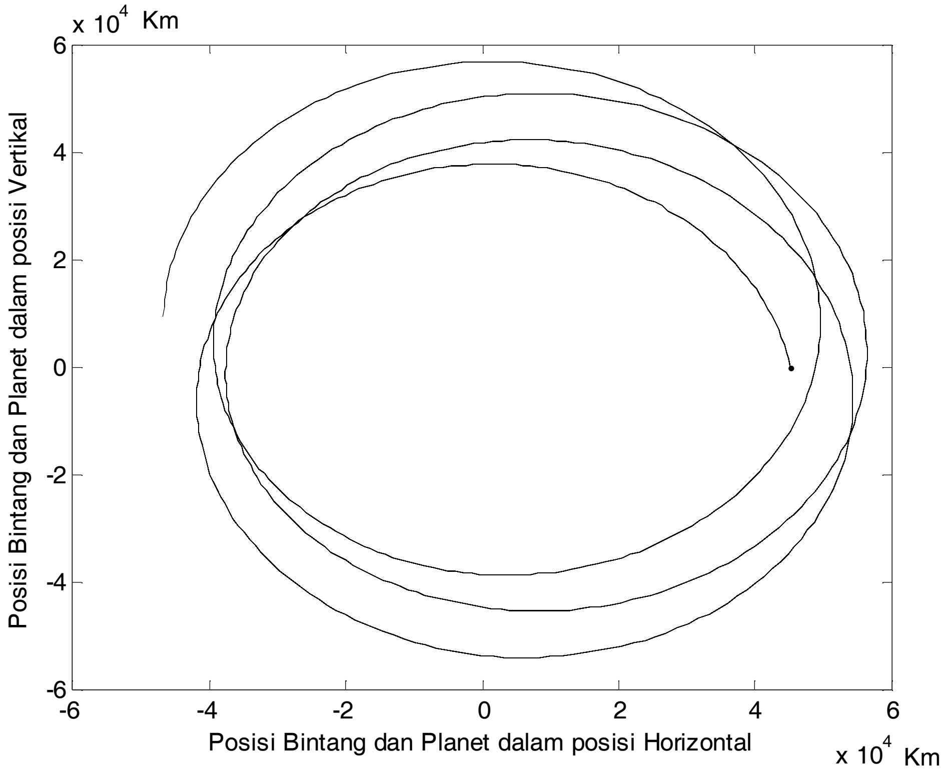


Gambar 3. Lintasan orbit Venus dengan massa $48{,}7 \times 10^{23}$ kg

Massa planet dan massa matahari yang ditinjau berpengaruh pada bentuk dan keelipsan orbit planet. Ini dapat dilihat berdasarkan hasil perhitungan yang didapat pada persamaan 16. Orbit planet yang terbentuk akan semakin bulat yang disebabkan massa planet yang besar sehingga nilai eksentrisitasnya semakin kecil. Hubungan massa planet dengan eksentrisitas ini dapat dilihat pada planet-planet yang mengelilingi matahari.

Pengaruh perbedaan massa planet dengan massa matahari yang dibuat konstan ditunjukkan Gambar 1 dan Gambar 3. Dengan massa planet Merkurius $3{,}3 \times 10^{23}$ kg, nilai eksentrisitas orbit tersebut adalah 0,2056. Sedangkan planet venus dengan massa $48{,}7 \times 10^{23}$ kg mempunyai nilai eksentrisitas sebesar 0,007. Sudut perihelion planet venus yang terbentuk dengan mengorbit sekali dalam 225 hari, sebesar $\Delta\varphi = 0{,}053$ detik/periode planet atau $\Delta\varphi = 8{,}4$ detik/abad.

Berdasarkan gambar di atas dapat dilihat perbedaan bentuk orbit dengan sudut presesi yang berbeda. Pada planet merkurius presesi orbit terlihat dengan nyata ini disebabkan jarak planet dengan matahari yang kecil dibandingkan untuk planet Venus. Untuk planet Venus pergeseran orbit terlihat kecil bahkan tidak terlihat sama sekali, ini disebabkan karena jarak Venus ke matahari yang besar dibandingkan planet Merkurius. Selain itu, nilai pergeseran orbit yang kecil juga disebabkan massa planet Venus lebih besar sehingga nilai eksentrisitasnya semakin kecil dan sumbu semimajornya semakin besar.



Gambar 4. Lintasan orbit planet dengan massa bintang 1,5 dari massa Matahari

Dari Gambar 1 dan Gambar 4, terlihat bahwa orbit planet juga dipengaruhi oleh massa Matahari. Dengan matahari bermassa $1,99 \times 10^{30}$ kg orbit planet merapat dengan kata lain besar sudut presesi perihelion yang terbentuk setelah planet mengelilingi matahari selama 88 hari mempunyai nilai yang kecil, sudut perihelion yang terbentuk sebesar $\Delta\varphi = 0,103$ detik/periode planet atau $\Delta\varphi =$ 43 detik/abad. Ini berbeda dengan bintang yang memiliki massa 1,5 kali dari massa matahari, presesi perihelion yang terbentuk semakin besar. Ini dilihat pada sudut perihelion yang terbentuk sebesar $\Delta\varphi = 0,15$ detik/periode planet atau dalam abad sebesar $\Delta\varphi = 64,5$ detik/abad. Hal ini sesuai dengan hukum Kepler tentang gaya berat matahari yang mengubah keadaan gerak planet dari keadaan geraknya semula dengan kecepatan awal tertentu sampai selang satu periode.

Jari-jari orbit yang terbentuk berubah-ubah sesuai dengan nilai massa planet dan massa matahari atau massa bintang yang digunakan. Tetapi yang paling menunjukkan pengaruh terhadap jari-jari orbital adalah massa planet. Akibatnya jarak antara planet dan bintang bervariasi dengan cukup besar pula. Jari-jari ini menunjukkan keadaan planet bahwa ketika planet mendekati matahari atau bintang maka kecepatannya semakin besar oleh karena itu pada keadaan ini jari-jari orbital terlihat kecil, dan ketika planet menjauhi matahari dalam pergerakannya maka kecepatan planet ini semakin kecil, sehingga jari-jari atau orbital yang terbentuk semakin besar.

8. Kesimpulan

Teori relativitas yang dirumuskan Einstein memberikan pengaruh yang besar terhadap orbit planet yang sesuai dengan pengamatan para ahli. Hasil dari teori Einstein adalah $u = \frac{GM}{c^2L^2}(1 + e\cos(\varphi - \varphi_0 - \Delta\varphi_0))$. Orbit planet yang terbentuk karena mengelilingi matahari dipengaruhi oleh massa planet, massa matahari (massa bintang) dan jari-jari orbital (jarak matahari dan planet saat beredar mengelilingi matahari). Massa matahari mempengaruhi sudut presesi perihelion yang terbentuk setelah planet mengelilingi matahari dalam satu periode yang sesuai dengan gaya berat yang diungkapkan Kepler dan proyeksi geodesik metrik Schwarzschild menurut teori relativitas Einstein. Massa planet mempengaruhi bentuk orbit planet, massa planet ini yang menentukkan elips atau tidaknya orbit tersebut.

Metrik Schwarzschild merupakan metrik sederhana yang menerapkan ruang waktu di sekitar bintang yang statis dan bersimetri bola. Pada kenyataannya suatu bintang ada yang bermuatan atau berotasi seperti yang ditunjukkan ruang waktu Reissner-Nordstrom dan Kerr. Sehingga perlu dilakukan kajian untuk ruang waktu Reissner-Nordstrom dan Kerr ini.

Daftar Pustaka

Anugraha, R., 2005, *Pengantar Teori Relativitas Dan Kosmologi,* Gadjah Mada University Press, Yogyakarta.

Arya, P. A., 1998, *Introduction To Classical Mechanic,* West Virginia University, New Jersey.

Dirac, P. A. M., 1975, *General Theory of Relativisty*, John Wiley end Sons, New York.

Hidayat, T., 2010, *Teori Relativitas Einstein : Sebuah Pengantar,* ITB, Bandung.

Purwanto, A., 2009, *Pengantar Kosmologi,* ITS Press, Surabaya.

Ramadhan, H. S., 2005, *Pendekatan Geometri Diffrensial dalam Teori Relativitas Umum dan Solusi Persamaan Medan Einstein Axismetri (skripsi)*, Universitas Indonesia, Jakarta.

Wospakrik, H. J., 1987, *Berkenalan Dengan Teori Kerelatifan Umum Einstein Dan Biografi Albert Einstein,* ITB, Bandung.